

На правах рукописи

Алтынбаев Фанис Хайдарович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ТЕЛ
СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ТЕЙЛОРОВСКИХ
РАЗЛОЖЕНИЙ**

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ульяновск– 2005

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика и информатика»
Государственного образовательного учреждения высшего профессионального
образования «Самарский государственный технический университет»
(СамГТУ)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Заусаев Анатолий Федорович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
профессор Леонтьев Виктор Леонтьевич

доктор физико-математических наук
профессор Куликова Нэлли Васильевна

Ведущая организация:

Институт астрономии Российской академии наук (ИНАСАН)
(г. Москва)

Защита состоится «___» _____ 20__ г. в ___ часов на заседании
диссертационного совета Д 212.278.02 при Ульяновском государственном
университете по адресу: г. Ульяновск, Университетская Набережная, 1, ауд. 703.

Отзывы по данной работе просим направлять по адресу: 432970, г. Ульяновск,
ул. Толстого, д. 42, УлГУ, научная часть

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ульяновского
государственного университета

Автореферат разослан «___» _____ 20__ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Веревкин А.Б.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В настоящее время достижения в области математического моделирования и вычислительного эксперимента как информационной технологии получения новых знаний об окружающем нас мире приобретают большое значение для различных областей науки, в том числе и для современной астрономии.

В связи с возросшим объемом информации об элементах орбит малых тел, принадлежащих Солнечной системе, возрос интерес к проблеме астероидной опасности. Разработка математической модели и программного обеспечения для численных теорий движения малых тел Солнечной системы является одним из составных этапов при решении этой проблемы. Наибольшую опасность для Земли, наряду с короткопериодическими кометами и крупными фрагментами в метеорных потоках, представляют астероиды (в частности астероиды групп Аполлона, Амура и Атона). Исследование их происхождения, устойчивости движения, оценка вероятности столкновения и предотвращение катастрофических последствий является лишь неполным перечнем проблем, требующих решения. Точность получаемых прогнозов диктуется адекватностью математической модели и адекватностью получаемых на её основе выводов и зависит от ряда факторов: учета в физической модели полного спектра действующих сил; выбора численного метода и его сходимости; устойчивости и погрешности самой математической модели.

Изучение движения малых тел Солнечной системы на основе решения стандартной задачи n -тел с учетом лишь гравитационных эффектов, не позволяют получать долгосрочные адекватные прогнозы. Учет релятивистских эффектов необходим для создания высокоточных численных теорий движения небесных объектов.

Бурное развитие численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений движения небесных объектов, произошло с созданием вычислительных машин. Д. К. Куликовым¹ были построены алгоритмы Коуэлла 8-10 порядков. Ш. Когеном и Э. Хаббартом² – алгоритмы типа Адамса-Мултона-Коуэлла до 16 порядка. В. Ф. Мячин и О. А. Сизова³, а также А. Ф. Заусаев⁴ разработали метод тейлоровских разложений для задачи

¹ Куликов Д.К. Интегрирование уравнений движения небесной механики на электронных вычислительных машинах по квадратурному методу Коуэлла с автоматическим выбором шага // Бюлл. ИТА, 1960 г. Том 7. №10. С.770-797.

² Cohen C.J., Hubbard E.C. An Algorithm Applicable to Numerical Integration of Orbits in Multirevolution steps // Astron. J. 1960. V. 65. P.454-456.

³ Мячин В.Ф., Сизова О.А. Совместное интегрирование уравнений небесной механики численным методом Тейлора-Стеффенсона // Бюлл. ИТА. 1970. №5. С.389-400.

⁴ Заусаев А.Ф. Численное интегрирование уравнений движения возмущаемого тела методом Тейлора // Бюлл. Инта астрофиз. АН Тадж. ССР. №77. С.24-28.

n-тел. Гибридные и неявные методы были разработаны М. С. Яров-Яровым⁵, Э. Эверхартом⁶ и другими.

Недостатками методов Коуэлла, Адамса-Мултона, гибридных методов является то, что они основаны на использовании разностных схем, что отражается на точности получаемых результатов. Методы, разработанные В. Ф. Мячиным, О. А. Сизовой и А. Ф. Заусаевым ориентированы на решение задачи *n*-тел и не допускают введения в правые части дифференциальных уравнений движения небесных объектов действия дополнительных возмущений.

Учитывая потребность в повышении точности применяемых методов, а также необходимость учета дополнительных действующих сил, устранение выше перечисленных недостатков является актуальной задачей, определяющей направление исследования диссертационной работы.

Цель работы.

1. Разработка универсального метода решения обыкновенных дифференциальных уравнений на основе метода тейлоровских разложений, позволяющего решать обыкновенные дифференциальные уравнения, правые части которых являются степенными функциями.

2. Создание программного обеспечения для реализации универсального метода на основе метода тейлоровских разложений.

3. Разработка математической модели движения небесных тел (больших планет, астероидов) с учетом в дифференциальных уравнениях как гравитационных сил, так и релятивистских эффектов.

4. Исследование сходимости, устойчивости, погрешности математической модели и обоснование оптимального выбора параметров численного эксперимента.

5. Составление на основе разработанного метода объектно-ориентированных программ численного интегрирования уравнений движения и исследование движения астероидов, сближающихся с Землей; выявление наиболее опасных объектов среди астероидов, представляющих потенциальную угрозу для Земли.

Научная новизна.

1. Модифицирован метод численного интегрирования дифференциальных уравнений на основе метода тейлоровских разложений за счет получения универсальных формул нахождения точных производных любого порядка от правых частей, содержащих степенные функции.

2. Проведено исследование сходимости, устойчивости и погрешности метода Тейлора на примере решения модельных задач, описывающих движение различных небесных тел (больших планет, астероидов) для различных порядков аппроксимации и шагов интегрирования.

⁵ Яров-Яровой М.С. О применении уточненных методов численного интегрирования в небесной механике. // Труды ГАИШ. - М.: 1974. Т.45, С.179-200.

⁶ Everhart E. Implicit single methods for integrating orbits // Celestial mechanics. 1974. №.10. P.35-55.

3. Разработан комплекс программного обеспечения для реализации метода тейлоровских разложений и его применения при математическом моделировании движения небесных объектов.

4. На основе математического и программного обеспечения проведено исследование движения 1230 астероидов (на примере групп Аполлона, Амура, Атона) на длительные интервалы времени, выполнена их систематизация и классификация, выявлены 49 потенциально опасных для Земли астероидов и создан каталог их орбитальной эволюции.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Модификация метод численного интегрирования дифференциальных уравнений на основе метода тейлоровских разложений за счет получения универсальных формул нахождения точных производных любого порядка от правых частей, содержащих степенные функции

2. Метод вычислительного эксперимента при анализе математической модели движения небесных тел с использованием банка данных координат и скоростей планет, позволяющий на порядок понизить размерность системы уравнений и повысить вычислительную эффективность модели.

3. Алгоритмы и комплекс проблемно-ориентированных программ для решения уравнений движения небесных тел на основе метода тейлоровских разложений

4. Новые качественные и количественные результаты исследования орбитальной эволюции малых тел (на примере астероидов групп Аполлона, Амура и Атона), сближающихся с большими планетами, и их классификация и систематизация.

Практическая значимость работы. Работа имеет теоретический характер. Разработанный метод может применяться для решения любых обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих в правых частях степенные функции. Разработано математическое и программное обеспечение, имеющее универсальный характер, для исследования малых тел Солнечной системы: комет, крупных фрагментов в метеорных потоках и т.д. Результатом исследования явилось создание каталога орбитальной эволюции 49 потенциально опасных для Земли астероидов. Результаты прогноза относительно потенциально опасных астероидов могут быть использованы при решении проблем, связанных с астероидной опасностью.

Обоснованность выносимых на защиту научных положений, выводов и рекомендаций, а также достоверность полученных результатов исследований проверена путем всестороннего исследования численного метода, основанного на представлении решения в виде тейлоровских разложений, на устойчивость, сходимую, а также согласованностью координат и скоростей больших планет на различные моменты времени с результатами, полученными высокоточными численными методами другими авторами.

Связь диссертационной работы с планами научных исследований.

Работа выполнялась в рамках плана НИР Самарского государственного технического университета (тема "Математическое моделирование движения

небесных объектов, разработка высокоточных численных методов интегрирования уравнений движения небесных тел и их программного обеспечения").

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на третьей, четвертой и пятой Международных конференциях молодых ученых "Актуальные проблемы современной науки" (Самара, 2002, 2003, 2004 гг.), на двенадцатой Межвузовской конференции "Математическое моделирование и краевые задачи" (Самара, 2002), на Всероссийской научной конференции "Математическое моделирование и краевые задачи" (Самара, 2004), на Всероссийской астрономической конференции ВАК 2004 "Горизонты Вселенной" (Москва, 2004), на Международной научной конференции "Актуальные проблемы математики и механики" (Казань, 2004), на шестой Международной Петрозаводской конференции "Вероятностные методы в дискретной математике" (Кисловодск, 2004), на пятом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике (Сочи, 2004), на шестом всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике (Санкт-Петербург, 2005), на Международном симпозиуме "Астрономия – 2005: состояние и перспективы развития" (Москва, 2005), на Второй Всероссийской научной конференции "Математическое моделирование и краевые задачи" (Самара, 2005), на Всероссийской конференции "Дифференциальные уравнения и их приложения" (Самара, 2005), на первом Международном форуме молодых ученых "Актуальные проблемы современной науки" (Самара, 2005), на научных семинарах "Механика и прикладная математика" Самарского государственного технического университета (рук. проф. Радченко В.П., 2003-2005 гг.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 17 работ, список которых приведен в конце автореферата.

Личный вклад автора. Имеется одна работа, выполненная в соавторстве, в которой автору в равной степени принадлежит как постановка задачи, так и результат выполненного исследования. Все остальные работы выполнены автором самостоятельно

Структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, общих выводов, списка литературы и трех приложений, в которых приведен каталог эволюции 49 потенциально опасных астероидов и листинги разработанных программ. Общий объем диссертации 218 страниц, основной текст изложен на 144 страницах. Диссертация содержит 35 рисунков и 11 таблиц. Список литературы включает 127 наименований.

Краткое содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и основные направления исследований, приводится структура диссертации.

Глава 1. Аналитический обзор и постановка задачи

Глава I носит постановочный характер. Поскольку в диссертационной работе рассматривается класс систем дифференциальных уравнений, порожденный задачами небесной механики, то в первой главе приводится обзор существующих численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений движения небесных объектов: метода тейлоровских разложений получившего развитие в работах В.Ф. Мячина и О.А. Сизовой³, Р. Брукке⁷, А.Ф. Заусаева⁴; метода Рунге-Кутты, получившего прогресс благодаря усилиям Дж. Батчера⁸, Дж. Шенкса⁹, Е. Фельберга¹⁰, Э. Хейрера¹¹, А. Кертиса¹²; неявного одношагового метода Эверхарта¹³; многошаговых методов, разработанных впервые Адамсом и Коуэллом и изложенных во многих научных изданиях, касающихся численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений, например Я.С. Бахвалов¹⁴, а также в некоторых научных изданиях и статьях по небесной механике: М.Ф. Субботин¹⁵, Г.А. Чеботарев¹⁶, Д.К. Куликов¹, С. Oesterwintwer и С. Cohen¹⁷; экстраполяционных методов Невилла и Штера, Булирша и Штера¹⁸. Рассматриваются характерные особенности, достоинства и недостатки каждого из них. В конце обзора аналитических методов проводится их краткая сравнительная характеристика и выделяется (как наиболее точный) метод, основанный на представлении решения в виде разложения в ряд Тейлора.

При вычислении эволюции небесных объектов решается так называемая задача n -тел, заключающаяся в изучении движения n материальных точек под действием их взаимного притяжения по закону Ньютона. Отмечается, что поскольку аналитического решения этой математической задачи на сегодняшний день не существует, применяются методы численного интегрирования уравнений движения.

Также в первой главе проводится обзор по малым телам (астероидам) Солнечной системы, включающий в себя: краткое историческое содержание по

⁷ Broucke R. Solution of the N-body Problem with Recurrent Power Series. - *Celest. Mech.* 1971. V.44,1, P.110-115.

⁸ Батчер Дж. Методы Рунге-Кутты. // Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Под ред. Дж. Холла, Дж. Уатта. М.: Мир. 1979. С.76-85.

⁹ Shanks J. Solutions of Differential Equations of Functions. // *Austral. Math. Soc.* 1966. V.20. P.21-38.

¹⁰ Fehlberg E. Klassische Runge-Kutta Formeln fuerter und siebenter Ordnung mit Schrittwei-ter Controll. // *Computing.* 1969, V.4, P.93-106.

¹¹ Hairer E. A Runge-Kutta Method of Order 10. // *Inst. of Math.* 1978. V.21, P.48-59

¹² Curtis A.R. Algorithm of Tenth Order // *Inst. Math. Appl.* 1975. V.16, P.35-55

¹³ Everhart E. Implicit single methods for integrating orbits // *Celestial mechanics.* 1974. №.10. P.35-55.

¹⁴ Бахвалов Я.С. Численные методы. М.: Наука, 1973, 631 с.

¹⁵ Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968. 800 с.

¹⁶ Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики. М.-Л.: Наука, 1965. 368 с.

¹⁷ Oesterwintwer C., Cohen C. New Orbital Elements for Moon and Planets. // *Celest. Mech.* 1969. V.5. P.317-395

¹⁸ Холл Дж Уатт Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир 1979 г., 312 с.

открытию астероидов, современное научное состояние проблемы, рассматриваются астероиды вблизи Земли.

Приводится блок-схема моделирования какого-либо явления или процесса исследования на основе концепции А. А. Самарского; выполнено предметное уточнение каждого шага применительно к моделированию движения малых тел Солнечной системы.

Заканчивается глава постановкой задачи. Обозначаются цели представляемой диссертационной работы.

Глава 2. Разработка математической модели решения задачи n -тел на основе метода тейлоровских разложений. Создание банка данных координат и скоростей больших планет

Содержание второй главы условно можно разделить на две части.

Первая – это создание математического обеспечения, необходимого для успешной реализации решения задачи n -тел. Описываются различные системы координат и алгоритмы перехода от одной системы к другой. Также описываются григорианский календарь, используемый в повседневной жизни, и юлианские дни, удобные при численном интегрировании задач небесной механики. Приводятся схемы перехода от одного времяисчисления к другому. Подробно описываются виды движения небесных объектов: эллиптическое, параболическое, гиперболическое. Дается понятие элементов орбит – величин, характеризующих положение орбиты в пространстве, ее размеры и форму, а также положение небесного тела на орбите.

Вторая часть – это разработка математической модели решения задачи n -тел на основе метода тейлоровских разложений и создание банка данных координат и скоростей больших планет.

В пункте 2.5 рассматривается задача n -тел и дифференциальные уравнения, характеризующее движение n материальных точек под действием взаимного притяжения друг к другу с учетом релятивистских эффектов, имеющие следующий вид¹⁹:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} = & -k^2(1+m)\frac{X}{r^3} + \sum_i k^2 m_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i^3} - \frac{X_i}{r_i^3} \right) + \\ & + \frac{k^2}{c^2} \left[(4-2a)\frac{k^2}{r^4} X - (1+a)\frac{\dot{r}^2}{r^3} X + 3a\frac{(X\dot{X})^2}{r^5} X + (4-2a)\frac{(X\dot{X})}{r^3} \dot{X} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где X – матрица-столбец с элементами x , y , z ; X_i - матрица столбец с элементами x_i , y_i , z_i ; m , x , y , z – масса и гелиоцентрические координаты возмущаемого тела; m_i , x_i , y_i , z_i – массы и гелиоцентрические координаты

¹⁹ Брумберг В.А. Релятивистская небесная механика. М.: Наука, 1972. 382 с.

больших планет; r , Δ_i , r_i – расстояния, вычисляемые по формулам:
 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, $\Delta^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2$.

Решение данной системы дифференциальных уравнений находится путем разложения в ряды Тейлора:

$$X(t_0 + t) = X(t_0) + \frac{dX(t_0)}{dt}t + \frac{1}{2!} \frac{d^2 X(t_0)}{dt^2}t^2 + \dots, \quad (2)$$

$$\frac{dX(t_0 + t)}{dt} = \frac{dX(t_0)}{dt} + \frac{d^2 X(t_0)}{dt^2}t + \frac{1}{2!} \frac{d^3 X(t_0)}{dt^3}t^2 + \dots \quad (3)$$

Автором настоящей диссертационной работы получен универсальный алгоритм нахождения i -ой производной от степенной функции (P^m), позволивший реализовать рассматриваемый метод.

Производная от степенной функции вычислялась по следующей формуле:

$$\begin{aligned} \frac{d^i P^m}{dt^i} = & mP^{m-1}F_{i,1} + m(m-1)P^{m-2}F_{i-1,2} + \\ & + m(m-1)(m-2)P^{m-3}F_{i-2,3} + \dots + m(m-1)(m-2)\dots(m-i+1)P^{m-i}F_{i,i}, \end{aligned} \quad (4)$$

при этом значения

$$F_{m,n+1} = \frac{d^{i-n}P}{dt^{i-n}} \left(\frac{dP}{dt} \right)^{i-m} \quad (5)$$

определяются через значения с меньшими индексами по формуле

$$F_{m,n} = F_{m-1,n}^1 + F_{m,n-1} \cdot F_{1,1}, \quad (6)$$

где для вычисления величин $F_{k,m}^n = \frac{d^n F_{k,m}}{dt^n}$ была получена общая формула

$$F_{k,m}^n = F_{k-1,m}^{n+1} + \sum_{i=0}^n C_n^i \cdot (F_{k,m-1}^{n-i} \cdot F_{1,1}^i), \quad (7)$$

сводящая весь процесс вычисления производной от степенной функции к определению производной от $F_{1,1}$, которая определялась по формуле Лейбница

$$F_{1,1}^{n-1} = \sum_{i=0}^n C_n^i \frac{d^{n-i}x}{dt^{n-i}} \frac{d^i x}{dt^i} + \sum_{i=0}^n C_n^i \frac{d^{n-i}y}{dt^{n-i}} \frac{d^i y}{dt^i} + \sum_{i=0}^n C_n^i \frac{d^{n-i}z}{dt^{n-i}} \frac{d^i z}{dt^i}. \quad (8)$$

Для решения дифференциальных уравнений, характеризующих движение n материальных точек под действием взаимного притяжения друг к другу с учетом релятивистских эффектов, была разработана программа на языке C++.

Пункты 2.5.4 и 2.5.5 посвящены исследованию эффективности применения метода разложения в ряд Тейлора для решения задачи n -тел и поиску оптимальных параметров при реализации предложенного алгоритма.

Выполнено исследование влияния порядка аппроксимирующей формулы на точность результатов при решении дифференциальных уравнений движения больших планет. В частности, для Меркурия при удержании в разложении 18-ти

слагаемых, достигается точность до 13-ого знака после запятой, после чего дальнейшего улучшения результатов уже не происходит. Для всех остальных планет максимальная точность решения равна 19 значащим цифрам после запятой и достигается при удержании в разложении 17 слагаемых.

Поскольку одним из приложений диссертационной работы являлось исследование движения малых тел Солнечной системы, сближающихся с Землей, то простым решением задачи n -тел в этом случае пользоваться было не эффективно. Более целесообразным для этой задачи оказалось использование банка данных координат и скоростей больших планет. Использование банка данных при численном интегрировании уравнений движения малых тел Солнечной системы позволило понизить порядок системы уравнений до трех уравнений второго порядка. При совместном численном интегрировании движения девяти планет и малого тела без использования банка данных пришлось бы решать систему, состоящую из 30 дифференциальных уравнений второго порядка. Этот прием позволил повысить вычислительную эффективность метода более чем на порядок.

Построение банка данных описано в пункте 2.6 диссертации.

Для согласования расчетных данных с телескопическими наблюдениями, при создании банка данных координат и скоростей больших планет на интервале времени порядка 10^4 лет, точность координат планет на конце интервала интегрирования должна быть не ниже 10^{-5} а. е. (астрономических единиц), которая достигается при шаге интегрирования 0.5 дня и удержании в разложении Тейлора не менее 10 слагаемых, либо при шаге интегрирования 1.0 дня и удержании в разложении не менее 12 слагаемых. Из сопоставления временных затрат получено, что наиболее эффективными параметрами для метода являются удержание в разложении 12-ти слагаемых при выборе шага интегрирования 1.0 дня. С этими параметрами проведено интегрирование уравнений движения больших планет и получен банк данных координат и скоростей на интервале времени 10000 лет с 3030 года до н. э. по 6970 год н. э.

В пункте 2.6.2 была проверена точность полученного банка данных путем сравнения результатов с данными исследований проводимыми методом Эверхарта, а также с данными одной из самых совершенных численных теорий DE405²⁰.

Кроме этого, во второй главе даются формулы вычисления координат и скоростей больших планет при использовании банка данных путем уточнения значений, полученных методом экстраполяции от ближайших точных значений.

В завершение сделаны выводы по главе 2.

²⁰ Standish E.M. JPL Planetary and Lunar Ephemerides DE405/LE405 // JPL IOM, 312, 1998, P1-18

Глава 3. Исследование эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура, Атона на основе метода тейлоровских разложений

Глава 3 посвящена изучению эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура, Атона, как представляющих потенциальную опасность для Земли.

В пункте 3.1 проводится выделение из общей (на 10 мая 2005 года) базы данных малых тел *DASTCOM (Database of ASTeroids and COMets)* американской Лаборатории Реактивного Движения (*JPL*) астероидов групп Аполлона, Амура и Атона, как потенциально опасных для Земли. Из всех известных астероидов отобрано 1620 объектов, принадлежащих группе Аполлона; принадлежащих к группе Амура выделено 1432 объекта и относящихся к группе Атона – 278 объектов.

Пункты 3.2 и 3.3 посвящены статистическому анализу распределения астероидов групп Аполлона, Амура, Атона по различным критериям: по эксцентриситету, по наклонению, по большой полуоси и по критерию Тиссерана (близость значений постоянных Тиссерана устанавливает тождественность происхождения малых тел). На основе проведенного анализа делается ряд выводов о распределении астероидов, о возможности общности их происхождения.

Пункт 3.4 посвящен выделению потенциально опасных на столкновение с Землей астероидов.

По условию

$$q < 1 \text{ и } Q > 1, \quad (9)$$

где q и Q афелийное и перигелийное расстояния, выделены астероиды, имеющие орбиты, пересекающиеся с орбитой Земли. А по формуле

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos u} \quad (10)$$

– вычисления радиуса-вектора орбиты, где a – большая полуось, e – эксцентриситет, v – угол истинной аномалии, были найдены астероиды, орбиты которых в узловых точках имеют взаимное расстояние с орбитой Земли менее 0.1 а. е. В частности, получено, что сближение с Землей на расстояние менее 0.1 а. е. возможно у 1230 астероидов, из них 749 могут сблизиться на расстояние менее 0.05 а. е., а у 193 из них сближение составит менее 0.01 а. е. Особое внимание в работе было уделено именно этим астероидам, которые принято было называть потенциально опасными.

Пункт 3.5 посвящен описанию программы численного интегрирования уравнений движения малых тел Солнечной системы на основе метода тейлоровских разложений и проведению исследования эволюций орбит потенциально опасных астероидов на 1000 летнем интервале времени.

По предложенному алгоритму была составлена программа численного интегрирования малых тел Солнечной системы, позволяющая свободно варьировать шагом интегрирования и числом удерживаемых в разложении Тейлора слагаемых. С её помощью было проведено исследование потенциально опасных астероидов на интервале времени 1000 лет методом тейлоровских

разложений с шагом интегрирования 1.0 дня и удержании в разложении 12 членов. Промежуточные данные вычисленных элементов орбит через каждые 100 дней выводились в файл. Таким образом, был получен банк данных эволюции орбит потенциально опасных астероидов. Дополнительно в файл выводились элементы орбит в случае тесного сближения астероида с какой-либо из планет. Критерием тесного сближения являлось для всех планет, кроме Юпитера и Сатурна, сближение на 0.05 а. е., а для Сатурна и Юпитера – на 0.1 а. е.

На основе анализа полученного банка данных были сделаны основные выводы по исследованию эволюции малых тел Солнечной системы.

На основе анализа было проведено исследование астероидов на изменение принадлежности к группам, чему посвящен пункт 3.6 диссертационной работы. Выявлено, что ни один из 1230 астероидов на исследуемом интервале времени не покинул тройку групп Аполлон, Амур, Атон.

Было проведено исследование на устойчивость движения астероидов, находящихся в соизмеримом (резонансном) движении с большими планетами (пункт 3.7). Исследование проводилось на интервале времени 5000 лет для выделенных 93 астероидов, удовлетворяющих критерию²¹

$$|k_1 \cdot n_1 - k_2 \cdot n_2| = O(1)\sqrt{M}, \quad (11)$$

где n_1 и n_2 – среднесуточные движения астероида и планеты, M – масса планеты, k_1 и k_2 – целые числа, входящие в резонансное соотношение. По результатам исследования, из всех рассматриваемых объектов утратили резонансную устойчивость только два астероида, а остальные сохранили резонанс на всем интервале исследования. Отсюда был сделан вывод, что, наличие кратных резонансов замедляет прогрессивную эволюцию астероидов, уменьшая вероятность столкновения их с большими планетами, и тем самым продлевает срок их существования.

Особое внимание в диссертации было посвящено астероидам, проходящим через сферу действия Земли, т. е. имеющих сближение с Землей менее 0.00631 а. е. На исследуемом тысячелетнем интервале времени было выявлено 49 таких объектов. Их подробная орбитальная эволюция, тесные сближения с большими планетами, графики эволюции большой полуоси, эксцентриситета, наклона, аргумента перигелия и долготы восходящего узла приведены в приложении 1 диссертации. В пункте 3.8 приведено несколько типичных примеров наблюдаемых эволюций астероидов.

В завершение делаются выводы по главе 3.

²¹ Герасимов И.А. Эволюция внешней части кольца астероидов // Автореф. дис.... доктора физ. мат наук. М. 1994. 20 с

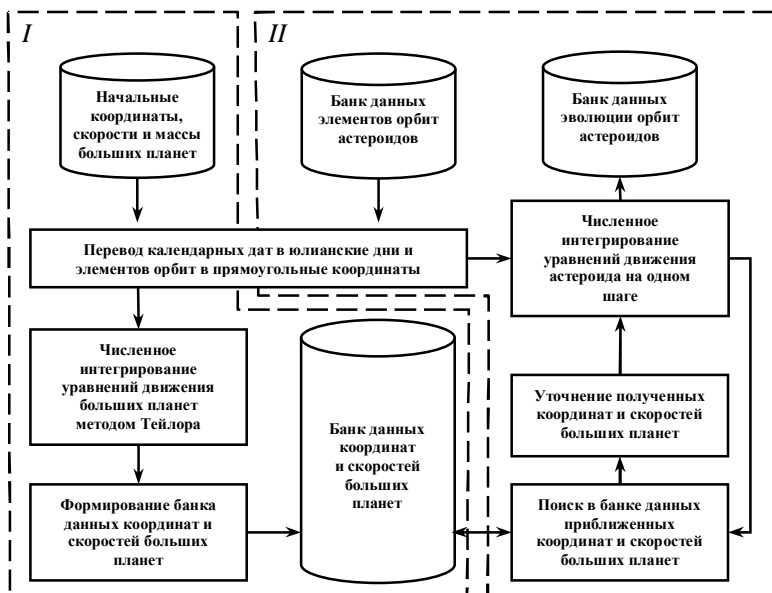


Рис.1 Модель решения задачи движения малых тел Солнечной системы с использованием банка данных координат и скоростей больших планет

Глава 4. Разработка программного обеспечения и его компьютерная реализация при математическом моделировании движения малых тел солнечной системы на основе метода тейлоровских разложений

Четвертая глава посвящена описанию компьютерной реализации математической модели движения малых тел Солнечной системы на основе метода тейлоровских разложений. Приводится общая схема модели решения задачи движения малых тел Солнечной системы с использованием банка данных координат и скоростей больших планет, изображенная ниже на рисунке 1, и описываются её отдельные блоки.

Из приведенной схемы видно, что реализация поставленной задачи состоит из двух самостоятельных этапов:

1) разработки программного обеспечения для численного интегрирования уравнений движения больших планет и создания банка данных их координат и скоростей;

2) разработки программного обеспечения для численного интегрирования уравнений движения малых тел Солнечной системы на основе банка данных координат и скоростей больших планет.

В главе приводятся подробные блок-схемы реализации каждого из указанных пунктов, и дается краткое пояснение каждого из шагов.

Алгоритмы обеих задач были реализованы на языке программирования C++, выбор которого также обосновывается в четвертой главе. В процессе обоснования даются понятия класса, объекта и механизмов объектно-ориентированного программирования: инкапсуляции, полиморфизма и наследования, с помощью которых был описан собственный класс *VECTOR*, представляющий собой совокупность трех вещественных компонент, характеризующих математический вектор, и определены операции над объектами класса: сложение, разность, скалярное и векторное произведения, умножение и деление вектора на число, определение модуля вектора и другие операторы и функции в соответствии с математическими правилами работы с векторами.

Основные результаты выполненных исследований состоят в следующем.

1. Разработана модификация метода численного интегрирования уравнений движения небесных тел с учетом как гравитационных сил, так и релятивистских эффектов на основе представления решения отрезком ряда Тейлора.

2. Разработано математическое и программное обеспечение для исследования движения больших планет, на основании которых создан банк координат и скоростей больших планет (Меркурий–Плутон) на интервале времени 10000 лет с 3030 года до н. э. по 6970 год н. э.

3. Создан комплекс программного обеспечения для исследования эволюций орбит малых тел Солнечной системы.

4. На основе численного эксперимента проведено исследование математической модели на устойчивость, сходимости, эффективность. Найлены оптимальные параметры использования предложенного метода тейлоровских разложений

5. На основе математического и программного обеспечения проведено исследование движения 1230 астероидов (на примере групп Аполлона, Амура, Атона) на тысячелетнем интервале времени с 2005 по 3005 годы, выполнена их систематизация и классификация, выявлены 49 потенциально опасных для Земли астероидов, и создан каталог их орбитальной эволюции.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

- 1 *Алтынбаев Ф.Х.* Численное интегрирование уравнений движения небесных объектов методом Тейлора с использованием банка данных координат и скоростей больших планет // Вестн. СамГТУ. Серия Физ.-мат. науки. Вып. 19. Самара. 2003. С.42-47.
- 2 *Алтынбаев Ф.Х.* Исследование устойчивости резонансного характера движения астероидов групп аполлона, амура, атона // Вестн. СамГТУ. Серия Физ.-мат. науки. Вып. 26. Самара. 2004. С.71-77.

- 3 *Алтынбаев Ф.Х.* Численное интегрирование уравнений движения небесных объектов методом разложения в ряд Тейлора с учетом релятивистских эффектов // Вестн. СамГТУ. Серия Физ.-мат.науки. Вып. 34. Самара. 2005. С.202-204.
- 4 *Алтынбаев Ф.Х.* Исследование резонансного движения астероидов групп Аполлона, Амура, Атона с большими планетами // Горизонты вселенной. Всероссийская астрономическая конференция ВАК-2004. М.: МГУ. ГАИШ. 2004. С.203-204.
- 5 *Алтынбаев Ф.Х.* Решение задачи n -тел с учетом релятивистских эффектов методом, основанном на разложении в ряд Тейлора. // *Астрономия-2005: Состояние и перспективы развития. Тезисы докладов Восьмого съезда АО и Международного симпозиума.* М.: МГУ. ГАИШ. 2005. С.12.
- 6 *Алтынбаев Ф.Х.* Решение задачи n -тел методом, основанном на использовании формулы Тейлора // *Актуальные проблемы математики и механики. Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. Казанское математическое общество.* Т.25. Казань: КГУ. 2004. С.19-21.
- 7 *Алтынбаев Ф.Х.* Исследование эффективности численного метода интегрирования, основанного на использовании формулы Тейлора, для решения уравнений движения больших планет // *Обозрение прикладной и промышленной математики.* Т.11. Вып. 3. 2004. С.611-612.
- 8 *Алтынбаев Ф.Х.* Применение численного метода, основанного на использовании формулы Тейлора, для решения уравнений движения больших планет // *Обозрение прикладной и промышленной математики.* Т.11. Вып. 4. 2004. С.745-746.
- 9 *Алтынбаев Ф.Х.* Интегрирование уравнений движения небесных объектов с учетом релятивистских эффектов, численным методом, основанном на разложении в ряд Тейлора. // *Обозрение прикладной и промышленной математики* Т.12. Вып. 5. 2005. С.290.
- 10 *Алтынбаев Ф.Х.* Выделение группы астероидов, имеющих тесные сближения с Землей // *Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Всероссийской научной конференции. Часть 3.* Самара: СамГТУ. 2004. С.16-18.
- 11 *Алтынбаев Ф.Х.* Использование банка данных координат и скоростей больших планет для исследования движения малых тел Солнечной системы // *Дифференциальные уравнения и их приложения. Тезисы докладов Всероссийской конференции.* Самара: СамГТУ. 2005. С.10-11.
- 12 *Алтынбаев Ф.Х.* Исследование эффективности применения метода разложения в ряд Тейлора для решения задачи n -тел // *Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Всероссийской научной конференции. Часть 2.* Самара: СамГТУ. 2005. С.22-24.

- 13 *Алтынбаев Ф.Х., Заусаев А.Ф.* Интегрирование уравнения движения астероида Таутатис (4179) с учетом возмущающего действия планет методом Тейлора // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды двенадцатой межвузовской конференции. Часть 3. Самара: СамГТУ. 2002. С.52-55.
- 14 *Алтынбаев Ф.Х.* Численное интегрирование уравнений движения сближающихся с землей астероидов на двухсотпятидесятилетнем интервале времени // Актуальные проблемы современной науки. Труды 3-й Международной конференции молодых ученых и студентов. Часть 1. Самара: СамГТУ. 2002. С.8.
- 15 *Алтынбаев Ф.Х.* Анализ эффективности численного интегрирования уравнений движения больших планет, основанного на использовании формулы Тейлора // Актуальные проблемы современной науки. Труды 4-ой Международной конференции молодых ученых. Части 1-3. Самара: СамГТУ. 2003. С.9-10.
- 16 *Алтынбаев Ф.Х.* Нахождение эффективных параметров в методе численного интегрирования уравнений движения больших планет, основанного на использовании формулы Тейлора // Актуальные проблемы современной науки. Труды 5-ой международной конференции молодых ученых. Части 1,2. Самара: СамГТУ. 2004. С.12-15.
- 17 *Алтынбаев Ф.Х.* Математическая концепция решения дифференциальных уравнений движения малых тел Солнечной системы на основе метода Тейлора высокого порядка с использованием банка координат и скоростей больших планет // Актуальные проблемы современной науки. Труды 1-го Международного форума молодых ученых. Части 1,2. Самара: СамГТУ. 2005. С. 90-92

Подписано в печать 10 ноября 2005 г.
Заказ № 457. Тираж 100 экз. Отпечатано на ризографе.
Самарский государственный технический университет.
Отдел типографии и оперативной полиграфии.
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.