

На правах рукописи

Денисов Сергей Сергеевич

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО И
ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ
МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ
ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Ульяновск – 2013

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика и информатика» в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный технический университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор
Заусаев Анатолий Фёдорович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор, ФГБОУ ВПО «Ульяновский
государственный технический университет»,
профессор кафедры информационной
безопасности и теории управления
Леонтьев Виктор Леонтьевич

доктор физико-математических наук,
доцент, ФГБОУ ВПО «Самарский
государственный аэрокосмический
университет имени академика С. П. Королева
(национальный исследовательский
университет)», профессор кафедры физики
Курушина Светлана Евгеньевна

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки «Институт астрономии
Российской академии наук» (ИНАСАН)

Защита диссертации состоится 24 апреля 2013 г. в 11⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.278.02 при ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», по адресу: г. Ульяновск, ул. Набережная реки Свияги, 106, корп. 1, ауд. 703.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Ульяновского государственного университета, с авторефератом — на сайте <http://uni.ulsu.ru> и на сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации — <http://vak.ed.gov.ru>.

Отзывы на автореферат просьба присылать по адресу: 432017, г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, д. 42, Ульяновский государственный университет, Отдел послевузовского и профессионального образования.

Автореферат разослан «__» марта 2013 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук, доцент



Волков М. А.

Общая характеристика работы

Актуальность работы В решении проблемы астероидной опасности одним из важнейших этапов является исследование эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура и Атона, так как орбиты астероидов этих групп в процессе эволюции могут пересекать орбиту Земли.

Дифференциальные уравнения, описывающие движения астероидов, сложны и в общем случае не имеют аналитического решения, поэтому для их интегрирования используются численные методы. Разработка алгоритмов численного интегрирования является одним из составных этапов решения «проблемы астероидной опасности».

Помимо разработки алгоритмов численного интегрирования необходимо провести исследования их устойчивости и получить надёжные оценки погрешности получаемых результатов.

Проблеме астероидной опасности в последнее время уделяется повышенное внимание¹²³⁴, помимо этого остаётся актуальной разработка моделей, описывающих движение объекта⁵, методов численного интегрирования дифференциальных уравнений движения⁶ и программного обеспечения для исследования эволюции движения малых тел Солнечной системы⁷.

Как было сказано выше астероиды из групп Аполлона, Амура, Атона могут пересекать орбиту Земли. Исследование эволюции таких объектов является особенно актуальной задачей и требует разработки более точных математических моделей и методов.

На текущий момент известно более 8500 астероидов, принадлежащих к группам Аполлона, Амура и Атона, поэтому разработка программного обеспечения, позволяющего автоматизировать процесс исследования эволюции орбит малых тел Солнечной системы, так же является актуальной задачей.

Объектом исследования являются математические модели, описывающих движение малых тел Солнечной системы, представленные в виде

¹ Заботин А. С., Кочетова О. М., Шор В. А. сближение малой планеты (99942) Apophis = 2004 MN4 с Землёй в 2029 г. // Всероссийская конференция «Астероиднокометная опасность — 2005» (АКО-2005). — 2005. — С. 134–137

² Ивашкин В. В., Стихно К. А. Анализ проблемы коррекции орбиты астероида Apophis. — 2008.

³ Башаков А. А., Питьев Н. П., Соколов Л. Л. Особенности движения астероида 99942 Апофис. — 2008. — Т. 42, № 1. — С. 20–29.

⁴ Виноградова Т. А., Железнов Н. Б., Кузнецов В. Б. Каталог потенциально опасных астероидов и комет // Тр. ИПА РАН. — 2003. — Т. 9. — С. 11–218.

⁵ О влиянии эффекта Ярковского на орбиту Апофиса / В. А. Шор, Ю. А. Чернетенко, О. М. Кочетова, Н. Б. Железнов // *Астрономический вестник*. — 2012. — № 46 (2). — С. 131–142.

⁶ Смирнов Е. А. Современные методы численного интегрирования уравнений движения астероидов, сближающихся с Землёй. — 2007.

⁷ Железнов Н. Б., Шор В. А. Компьютерные разработки лаборатории малых тел солнечной системы ИПА РАН // *Физика Космоса: Труды 32 Международной студенческой научной конференции*. — 2003. — Т. 1–3. — С. 88–96.

дифференциальных уравнений, алгоритмы и методы их численного интегрирования.

Предметом исследования является разработка программных комплексов для моделирования эволюции движения астероидов групп Аполлона, Амура и Атона на основе метода Эверхарта численного интегрирования дифференциальных уравнений и математических моделей, описывающие движение малых тел Солнечной системы.

Цель и задачи работы. Для математической модели, представленной в виде дифференциальных уравнений второго порядка, учитывающей гравитационные и релятивистские эффекты, разработать вычислительные алгоритмы на основе модифицированного одношагового метода Эверхарта и создать на их основе программный комплекс для исследования эволюции малых тел Солнечной системы, с помощью которого провести исследование эволюцию движения астероидов из групп Аполлона, Амура и Атона, представляющих потенциальную опасность.

Достижение поставленной цели связано с решением нижеследующих задач.

1. Разработать вычислительные алгоритмы и программное обеспечение для модифицированного одношагового метода Эверхарта с высоким (до 33-го включительно) порядком аппроксимирующих формул.
2. Выполнить исследование сходимости и устойчивости как используемого численного метода, так и решаемой задачи Коши; произвести оценки погрешности полученных результатов.
3. Автоматизировать процесс численного интегрирования дифференциальных уравнений небесных тел и обработки получаемых результатов с использованием возможностей современных многоядерных процессоров.
4. При помощи разработанного программного обеспечения провести исследование и создать информационный банк данных эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура и Атона на интервале времени с 1800 по 2206 годы.
5. Разработать программное и информационное обеспечение для создаваемого научно-информационного сайта, позволяющее в наглядной и удобной пользователю форме представлять и обрабатывать полученные результаты, в интерактивной форме работать с созданной базой данных.
6. Выявить астероиды из групп Аполлона, Амура и Атона, проходящие через сферу действия больших планет, и объекты, представляющие потенциальную опасность для Земли.

Методы исследования. В диссертационной работе применялись следующие методы:

1. Методы математического моделирования управляемых систем.
2. Численные методы решения дифференциальных уравнений.
3. Методы теории устойчивости и управления.
4. Методы объектно-ориентированного программирования.

Научная новизна.

1. Для исследования эволюции орбит малых тел Солнечной системы предложена модифицированная математическая модель, применяемая ранее для создания численной теории движения планет, Луны и Солнца DE405⁸, что позволило повысить точность проводимых исследований для объектов, сближающихся с Землёй.
2. Для математической модели эволюции движения малых тел Солнечной системы разработаны вычислительные алгоритмы для модифицированного одношагового метода Эверхарта, которые, в отличие от ранее существующих, обладают более высоким (до 33-го включительно) порядком аппроксимирующих формул.
3. Разработан универсальный программный комплекс, позволяющий автоматизировать процесс исследования эволюции орбит малых тел Солнечной системы и обработки получаемых результатов, на основе которого создан научно-информационный ресурс SmallBodies.Ru.
4. Проведено исследование эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура и Атона на основе разработанных современных модифицированных математических моделей и методов, выявлены астероиды, представляющие потенциальную опасность для Земли.

Основные положения, выносимые на защиту. Автором защищаются следующие положения:

1. Модификация математической модели, описывающей ранее движение планет, Луны и Солнца, и её применение для исследования эволюции движения малых тел Солнечной системы, сближающихся с Землёй.

⁸ Standish E. M. Jpl planetary and lunar ephemerides, DE405 / LE405 // JetProp Lab Technical Report, IOM 312, F-048. — 1998. — P. 1–7

2. Вычислительные алгоритмы для исследования математической модели эволюции орбит малых тел Солнечной системы, созданные на основе модифицированного численного метода Эверхарта с высоким (до 33-го включительно) порядком аппроксимирующей формулы и переменным шагом интегрирования.
3. Информационный банк данных эфемерид астероидов групп Аполлона, Амура и Атона, сближающихся с Землёй, на интервале времени с 1800 по 2206 годы, созданный на основе разработанных математических моделей и методов.
4. Разработанные алгоритмы и Java-апплеты для работы с научно-информационным ресурсом SmallBodies.Ru, позволяющие производить вычисления с размещёнными на сайте данными и в наглядной форме представлять получаемые результаты.
5. Разработанный универсальный программный комплекс, автоматизирующий процесс исследования эволюции движения малых тел Солнечной системы и обработки получаемых результатов.

Теоретическая и практическая значимость работы.

1. Разработанный программный комплекс имеет универсальный характер, позволяет исследовать эволюцию движения астероидов, короткопериодических комет и метеорных потоков; сохранять, обрабатывать и анализировать результаты расчётов; автоматизировать процесс исследования и получать результаты в удобной и наглядной форме.
2. Созданный банк данных эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура и Атона на интервале времени с 1800 по 2206 годы может быть использован при исследовании их движения и планирования наблюдений, а также для выявления потенциально опасных объектов.
3. Созданный на основе разработанных алгоритмов и программ научно-информационный сайт SmallBodies.Ru, который не уступает, а по некоторым параметрам — превосходит, зарубежные аналоги, может быть использован как для научных, так и учебных целей.

Достоверность полученных результатов обеспечивается:

1. сравнением численных и аналитических решений рассматриваемых задач с известными результатами в частных случаях;
2. частичным сопоставлением теоретических исследований с результатами наблюдений;

3. апробацией результатов диссертации на международных и всероссийских конференциях и семинарах.

Связь диссертационной работы с планами научных исследований Работа выполнялась в рамках плана НИР СамГТУ (тема «Разработка методов математического моделирования динамики и деградации процессов в механике сплошных сред, технических, экономических, биологических и социальных системах и методов решения неклассических краевых задач и их приложений»); проекта Федерального агентства по образованию РФ (проект РНП 2.1.1.1689): «Создание информационной среды на базе современных математических моделей и методов для исследования эволюции малых тел в Солнечной системе» аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2006–2008 гг)»; проекта министерства образования и науки РФ (проект РНП 2.1.1.745): «Создание научно-информационной базы данных эволюции орбит малых тел Солнечной системы, представляющих потенциальную опасность для Земли» аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 гг)»; проекта министерства образования и науки РФ (проект РНП 2.534.2011): «Разработка математического и программного обеспечения для исследования эволюции орбит главных метеорных потоков».

Апробация работы Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: Международной конференция «Астероидно-кометная опасность — 2009» (г. Санкт-Петербург, 2009 г.), XIV Международной научной конференции «Решетневские чтения» (г. Красноярск, 2010 г.), Седьмой всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2010 г.), Международной молодёжной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам «Научному прогрессу — творчество молодых» (г. Йошкар-Ола, 2010 г.), Шестой всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2009 г.), Седьмой Международной конференции «Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов» (г. Ульяновск, 2009 г.), Международной конференции «100 лет Тунгусскому феномену: прошлое, настоящее, будущее» (г. Москва, 2008 г.), Пятой всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2008 г.), Международной молодёжной конференции XXXIV Гагаринские чтения (г. Москва, 2008 г.), Международной молодёжной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам «Научному прогрессу — творчество молодых» (г. Йошкар-Ола, 2008 г.), Четвёртом Международном форуме молодых учёных «Актуальные проблемы современной науки» (г. Самара, 2008 г.), Третьем Международном форуме молодых учёных «Актуальные проблемы современной науки» (г. Самара, 2007 г.), Четвёртой всероссийской научной кон-

ференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2007 г.), Зимней сессии Седьмого Всероссийского симпозиума по прикладной и промышленной математике (г. Москва, 2007 г.), Втором Международном форуме молодых учёных «Актуальные проблемы современной науки» (г. Самара, 2006 г.), Третьей всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2006 г.), Второй всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2005 г.), Всероссийской конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения». (г. Самара, 2005 г.), на научных семинарах «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (руководитель профессор В.П. Радченко, 2010–2012 гг.), семинаре Института астрономии Российской академии наук (г. Москва, 2012 г.)

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 24 печатных работах, из которых 5 входят в список изданий, рекомендованных ВАК и 1 монография. Список публикаций приведен в конце автореферата.

Личный вклад автора Работы [3, 7, 9–16, 18] выполнены самостоятельно, в работах [4, 17, 19–21] диссертанту принадлежит совместная постановка задачи и разработка методов решений, ему лично принадлежит алгоритмизация, реализация методов в виде программного продукта и анализ результатов. В остальных работах [1, 2, 5, 6, 8, 22–24], опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежат как постановка задачи, так и результаты выполненных исследований.

Структура и объем диссертации Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, библиографии и трёх приложений. В конце каждой из глав, за исключением обзорной, приводятся краткие выводы. Общий объём диссертации 206 страниц, включая 126 рисунков и 18 таблиц. Библиография включает 131 наименований на 16 страницах. Приложение включает 6 таблиц и основные листинги разработанных программ на 51 страницах.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе приводится краткий аналитический обзор современных численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений, излагаются основные сведения из курса теоретической астрономии, даётся схема математического моделирования движения небесных тел.

Описываются и анализируются алгоритмы численных методов, базирующихся на разложении в ряды Тейлора, методов Рунге–Кутты, Эверхарта, экстраполяционные методы, многошаговые методы Адамса, Обрешкова, блочные, гибридные методы. Представлена сравнительная характеристика этих методов, рассмотрены вопросы их сходимости и устойчивости.

Поскольку в диссертационной работе осуществляется математическое моделирование движения малых тел Солнечной системы, в первой главе приводится краткое описание основных параметров системы малых тел.

В конце главы по результатам обзора формулируются задачи и методы исследования.

Во второй главе рассматриваются эклиптическая и экваториальная гелиоцентрические системы координат и связь между ними, даётся определение эфемеридного, всемирного времени и юлианских дней, приводятся понятия элементов орбит и рассматривается их связь с координатами.

В основе математической модели движения небесных тел лежат дифференциальные уравнения различного вида, в зависимости от конкретно решаемых задач. Рассматриваются уравнения движения небесных тел как с учётом только взаимного гравитационного взаимодействия, так и с учётом влияния фигур планет и релятивистских эффектов.

При исследовании орбит малых тел Солнечной системы проводилось совместное интегрирование уравнений движения больших планет, Плутона, Луны и возмущённого тела.

Математическая модель движения Солнца, планет и малого тела описывается системой дифференциальных уравнений, которая в координатной форме в барецентрической системе координат имеет вид (1)⁹, где $\mu_j = Gm_j$, где G — гравитационная постоянная а m_j — масса j -того тела; $r_{ij} = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$ — расстояние между телами i и j ; β — параметр, измеряющий нелинейность, создаваемую гравитацией; γ — параметр, измеряющий пространственную кривизну, производимую единичной покоящейся массой (в данной работе $\beta = \gamma = 1$); $v_i = |\dot{\mathbf{r}}_i|$ — скорость тела i ; c — скорость света; k — Гауссова постоянная; N — число совместно интегрируемых объектов, а $\ddot{x}_j, \ddot{y}_j, \ddot{z}_j$ в правой части вычисляются по формулам (2).

В данной работе учёт влияния астероидного пояса моделируется следующим образом: на орбите, принадлежащей главному поясу астероидов, задаются N (в разработанных программах — 50) материальных точек, при этом их массы и орбита подбираются таким образом, чтобы возмущающее действие от смоделированного объекта стремилось по величине к возмущениям от 400 реальных самых крупных астероидов. Данная модификация, содержащаяся в последних членах системы уравнений (1), позволяет получать результаты,

⁹ Newhall X. X., Standish E. M. J., Williams J. G. De102: a numerically integrated ephemeris of the moon and planets spanning forty-four centuries // *Astron. and Astrophys.* — 1983. — no. 125. — P. 150–167.

согласованные с наблюдениями, при многократном сокращении времени вычислений.

Помимо этого, для Луны добавляются ускорения, вызванные влиянием асферичности форм Земли и Луны и влиянием Земных приливов.

$$\left\{ \begin{aligned}
 \ddot{x}_i &= \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j (x_j - x_i)}{r_{ij}^3} \left\{ 1 - \frac{2(\beta + \gamma)}{c^2} \sum_{k \neq i} \frac{\mu_k}{r_{ik}} - \frac{2\beta - 1}{c^2} \sum_{k \neq j} \frac{\mu_k}{r_{jk}} + \gamma \left(\frac{v_i}{c} \right)^2 + \right. \\
 &+ (1 + \gamma) \left(\frac{v_j}{c} \right)^2 - \frac{2(1 + \gamma)}{c^2} \dot{x}_i \cdot \dot{x}_j - \frac{3}{2c^2} \left[\frac{(x_i - x_j) \dot{x}_j}{r_{ij}} \right]^2 + \frac{1}{2c^2} (x_j - x_i) \cdot \ddot{x}_j \left. \right\} + \\
 &+ \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}^3} \{ (x_i - x_j) [(2 + 2\gamma) \dot{x}_i - (1 + 2\gamma) \dot{x}_j] \} (\dot{x}_i - \dot{x}_j) + \\
 &+ \frac{3 + 4\gamma}{2c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \ddot{x}_j}{r_{ij}} + \sum_{m=1}^N \frac{\mu_m (x_m - x_i)}{r_{im}^3}, \\
 \ddot{y}_i &= \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j (y_j - y_i)}{r_{ij}^3} \left\{ 1 - \frac{2(\beta + \gamma)}{c^2} \sum_{k \neq i} \frac{\mu_k}{r_{ik}} - \frac{2\beta - 1}{c^2} \sum_{k \neq j} \frac{\mu_k}{r_{jk}} + \gamma \left(\frac{v_i}{c} \right)^2 + \right. \\
 &+ (1 + \gamma) \left(\frac{v_j}{c} \right)^2 - \frac{2(1 + \gamma)}{c^2} \dot{x}_i \cdot \dot{y}_j - \frac{3}{2c^2} \left[\frac{(x_i - x_j) \dot{x}_j}{r_{ij}} \right]^2 + \frac{1}{2c^2} (y_j - y_i) \cdot \ddot{x}_j \left. \right\} + \\
 &+ \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}^3} \{ (y_i - y_j) [(2 + 2\gamma) \dot{y}_i - (1 + 2\gamma) \dot{y}_j] \} (\dot{y}_i - \dot{y}_j) + \\
 &+ \frac{3 + 4\gamma}{2c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \ddot{y}_j}{r_{ij}} + \sum_{m=1}^N \frac{\mu_m (y_m - y_i)}{r_{im}^3}, \\
 \ddot{z}_i &= \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j (z_j - z_i)}{r_{ij}^3} \left\{ 1 - \frac{2(\beta + \gamma)}{c^2} \sum_{k \neq i} \frac{\mu_k}{r_{ik}} - \frac{2\beta - 1}{c^2} \sum_{k \neq j} \frac{\mu_k}{r_{jk}} + \gamma \left(\frac{v_i}{c} \right)^2 + \right. \\
 &+ (1 + \gamma) \left(\frac{v_j}{c} \right)^2 - \frac{2(1 + \gamma)}{c^2} \dot{z}_i \cdot \dot{z}_j - \frac{3}{2c^2} \left[\frac{(z_i - z_j) \dot{z}_j}{r_{ij}} \right]^2 + \frac{1}{2c^2} (z_j - z_i) \cdot \ddot{z}_j \left. \right\} + \\
 &+ \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{r_{ij}^3} \{ (z_i - z_j) [(2 + 2\gamma) \dot{z}_i - (1 + 2\gamma) \dot{z}_j] \} (\dot{z}_i - \dot{z}_j) + \\
 &+ \frac{3 + 4\gamma}{2c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \ddot{z}_j}{r_{ij}} + \sum_{m=1}^N \frac{\mu_m (z_m - z_i)}{r_{im}^3}, \\
 &i = \overline{1, N}.
 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Система дифференциальных уравнений второго порядка (1) имеет $6N$ неизвестных (по 3 пространственных координаты и 3 компоненты вектора скорости для N тел). В используемой математической модели $N = 12$, что соответствует математической модели, описывающей движение Солнца, 9 планет, Луны и астероида.

Наряду с учитываемыми в данной математической модели эффектами, такие негравитационные эффекты, как эффект Пойнтинга-Робертсона, Яр-

ковского, столкновения с пылью и газом также приводят к вековым изменениям элементов орбит небесных тел.

$$\begin{cases} \ddot{x}_j = \sum_{i \neq j} k^2 m_i \frac{x_j - x_i}{r_{ji}^3}, \\ \ddot{y}_j = \sum_{i \neq j} k^2 m_i \frac{y_j - y_i}{r_{ji}^3}, \\ \ddot{z}_j = \sum_{i \neq j} k^2 m_i \frac{z_j - z_i}{r_{ji}^3}, \end{cases} \quad j = \overline{1, N}. \quad (2)$$

Эффект Пойнтинга–Робертсона оказывает существенное влияние только на пылевые частицы. На движение небесных тел, размеры которых более одного метра, им можно пренебречь.

Более существенное влияние по сравнению с эффектом Пойнтинга–Робертсона на движение небесных тел производит эффект Ярковского. Эффект Ярковского зависит от положения оси вращения орбиты и массы тела, от теплопроводности поверхности его слоев. Поскольку большинство параметров неизвестны, явным образом учесть этот эффект невозможно.

Эффекты торможения небесных тел в результате столкновения с пылью и газом пренебрежимо малы по сравнению с выше рассмотренными эффектами, так как плотность межпланетной среды вблизи Земли составляет 10^{-24} г/см³.

Исходные данные элементов орбит астероидов для расчётов были взяты из банка данных DASTCOM(Database of ASTeroids and COMets)¹⁰ американской Лаборатории реактивного движения (JPL) на стандартную дату. В связи с тем, что решалась задача Коши, требовалось задать начальные координаты и скорости Солнца, планет (от Меркурия до Плутона), Луны. Эти координаты и скорости были получены на стандартные даты, используя банк DE405 американской Лаборатории реактивного движения (JPL).

Решение системы (1) производилось модифицированным методом Эверхарта. Для интегрирования системы (1) методом Эверхарта она представляется в виде:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{z}_i \end{bmatrix} = F \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} x_N \\ y_N \\ z_N \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} \dot{x}_N \\ \dot{y}_N \\ \dot{z}_N \end{bmatrix}, t \right), \quad i = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Представим правые части (3) при соответствующих координатах в виде обобщённых временных рядов:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1xi} + A_{1xi}t + A_{2xi}t^2 + \dots + A_{nxi}t^n \\ F_{1yi} + A_{1yi}t + A_{2yi}t^2 + \dots + A_{nyi}t^n \\ F_{1zi} + A_{1zi}t + A_{2zi}t^2 + \dots + A_{nzi}t^n \end{bmatrix}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (4)$$

¹⁰ <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.htm>

Интегрируя (4), получим выражения для координат и скоростей:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i} + \dot{x}_{1i}t + F_{1xi}\frac{t^2}{2} + A_{1xi}\frac{t^3}{6} + \dots + A_{nxi}\frac{t^{n+2}}{(n+2)(n+1)} \\ y_{1i} + \dot{y}_{1i}t + F_{1yi}\frac{t^2}{2} + A_{1yi}\frac{t^3}{6} + \dots + A_{nyi}\frac{t^{n+2}}{(n+2)(n+1)} \\ z_{1i} + \dot{z}_{1i}t + F_{1zi}\frac{t^2}{2} + A_{1zi}\frac{t^3}{6} + \dots + A_{nzi}\frac{t^{n+2}}{(n+2)(n+1)} \end{bmatrix}, i = \overline{1, N}. \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{1i} + F_{1xi}t + A_{1xi}\frac{t^2}{2} + A_{2xi}\frac{t^3}{3} + \dots + A_{nxi}\frac{t^{n+1}}{n+1} \\ \dot{y}_{1i} + F_{1yi}t + A_{1yi}\frac{t^2}{2} + A_{2yi}\frac{t^3}{3} + \dots + A_{nyi}\frac{t^{n+1}}{n+1} \\ \dot{z}_{1i} + F_{1zi}t + A_{1zi}\frac{t^2}{2} + A_{2zi}\frac{t^3}{3} + \dots + A_{nzi}\frac{t^{n+1}}{n+1} \end{bmatrix}, i = \overline{1, N}. \quad (6)$$

Уравнения (5) и (6) образуют систему из $6N$ уравнений, полиномы в правых частях которых не являются рядами Тейлора.

Далее неизвестные коэффициенты $A_{1xi}, \dots, A_{nxi}, A_{1yi}, \dots, A_{nyi}, A_{1zi}, \dots, A_{nzi}$ вычисляются по алгоритму модифицированного метода Эверхарта.

Для связи $A_{1xi}, \dots, A_{nxi}, A_{1yi}, \dots, A_{nyi}, A_{1zi}, \dots, A_{nzi}$ с $F_{1xi}, \dots, F_{nxi}, F_{1yi}, \dots, F_{nyi}, F_{1zi}, \dots, F_{nzi}$ воспользуемся вспомогательным уравнением, усечённым по времени t_n для $i = \overline{1, N}$:

$$\begin{bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1xi} + \alpha_{1xi}t + \alpha_{2xi}t(t - t_2) + \alpha_{3xi}t(t - t_2)(t - t_3) + \dots \\ F_{1yi} + \alpha_{1yi}t + \alpha_{2yi}t(t - t_2) + \alpha_{3yi}t(t - t_2)(t - t_3) + \dots \\ F_{1zi} + \alpha_{1zi}t + \alpha_{2zi}t(t - t_2) + \alpha_{3zi}t(t - t_2)(t - t_3) + \dots \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Принимая $t_{nj} = t_n - t_j$, найдём из (7) α_{mni} через разделённые разности:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \alpha_{1xi} \\ \alpha_{1yi} \\ \alpha_{1zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_{2xi} - F_{1xi}}{t_2} \\ \frac{F_{2yi} - F_{1yi}}{t_2} \\ \frac{F_{2zi} - F_{1zi}}{t_2} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \alpha_{2xi} \\ \alpha_{2yi} \\ \alpha_{2zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_{3xi} - F_{1xi} - \alpha_{1xi}t_3}{t_3} \\ \frac{F_{3yi} - F_{1yi} - \alpha_{1yi}t_3}{t_3} \\ \frac{F_{3zi} - F_{1zi} - \alpha_{1zi}t_3}{t_3} \end{bmatrix}, \\ \dots \end{array} \right. \quad i = \overline{1, N}. \quad (8)$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях t в уравнениях (7) и (4), выразим коэффициенты $A_{jxi}, A_{jyi}, A_{jzi}$ через $\alpha_{jxi}, \alpha_{jyi}, \alpha_{jzi}$ в виде (9).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} A_{1xi} \\ A_{1yi} \\ A_{1zi} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \alpha_{1xi} + (-t_2)\alpha_{2xi} + (t_2t_3)\alpha_{3xi} + \dots \\ \alpha_{1yi} + (-t_2)\alpha_{2yi} + (t_2t_3)\alpha_{3yi} + \dots \\ \alpha_{1zi} + (-t_2)\alpha_{2zi} + (t_2t_3)\alpha_{3zi} + \dots \end{array} \right] = \\ = \left[\begin{array}{l} c_{11xi}\alpha_{1xi} + c_{21xi}\alpha_{2xi} + c_{31xi}\alpha_{3xi} + \dots \\ c_{11yi}\alpha_{1yi} + c_{21yi}\alpha_{2yi} + c_{31yi}\alpha_{3yi} + \dots \\ c_{11zi}\alpha_{1zi} + c_{21zi}\alpha_{2zi} + c_{31zi}\alpha_{3zi} + \dots \end{array} \right], \\ \left[\begin{array}{l} A_{2xi} \\ A_{2yi} \\ A_{2zi} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \alpha_{2xi} + (-t_2 - t_3)\alpha_{3xi} + \dots \\ \alpha_{2yi} + (-t_2 - t_3)\alpha_{3yi} + \dots \\ \alpha_{2zi} + (-t_2 - t_3)\alpha_{3zi} + \dots \end{array} \right] = \\ = \left[\begin{array}{l} c_{22xi}\alpha_{2xi} + c_{32xi}\alpha_{3xi} + \dots \\ c_{22yi}\alpha_{2yi} + c_{32yi}\alpha_{3yi} + \dots \\ c_{22zi}\alpha_{2zi} + c_{32zi}\alpha_{3zi} + \dots \end{array} \right], \\ \dots \end{array} \right. \quad i = \overline{1, N}. \quad (9)$$

Коэффициенты c_{lji} , c_{lyi} , c_{lzi} определяются из следующих рекуррентных соотношений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} c_{lji} \\ c_{lyi} \\ c_{lzi} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right], \quad l = j, \\ \left[\begin{array}{l} c_{l1xi} \\ c_{l1yi} \\ c_{l1zi} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} -t_l c_{l-1,1xi} \\ -t_l c_{l-1,1yi} \\ -t_l c_{l-1,1zi} \end{array} \right], \quad l > j, \quad i = \overline{1, N}. \quad (10) \\ \left[\begin{array}{l} c_{ljxi} \\ c_{ljyi} \\ c_{ljzi} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} c_{l-1,j-1,xi} - t_l c_{l-1,jxi} \\ c_{l-1,j-1,yi} - t_l c_{l-1,jyi} \\ c_{l-1,j-1,zi} - t_l c_{l-1,jzi} \end{array} \right], \quad 1 < j < l. \end{array} \right.$$

Таким образом, нахождение решения уравнения (3) сводится к нахождению узлов разбиения t_i шага $[0, T]$. Порядок метода, определяющий точность интегрирования, зависит от количества разбиений основного шага $h = [0, 1]$ на подшаги $h_i = \frac{t_i}{T}$, а узлы разбиения h_i , получаемые из соотношения (10), совпадают с узлами квадратурной формулы Гаусса-Радона.

Однако для использования данного метода для порядков выше 15-го необходимо использовать модифицированную схему расчёта коэффициентов $A_{1xi}, \dots, A_{nxi}, A_{1yi}, \dots, A_{nyi}, A_{1zi}, \dots, A_{nzi}$, добавив в неявную систему следующие уравнения:

$$\left[\begin{array}{l} A_{nxi} \\ A_{nyi} \\ A_{nzi} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} o(T \cdot 10^{-n}) \\ o(T \cdot 10^{-n}) \\ o(T \cdot 10^{-n}) \end{array} \right], \quad i = \overline{1, N}. \quad (11)$$

Для модифицированным методом Эверхарта доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Метод Эверхарта является и согласованным, и нуль-устойчивым.

Теорема 2. Если порядок метода Эверхарта выше 15, то добавление условия $A_n \simeq 0$ в неявную схему расчёта коэффициентов A_1, A_2, \dots, A_n является необходимым для повышения точности и быстродействия метода.

В третьей главе даётся описание разработанного программного обеспечения и баз данных.

Исследование движения астероидов с учётом возмущающего действия от больших планет сопряжено с большим объёмом вычислений. Это обстоятельство накладывает повышенные требования на применяемые методы численного интегрирования уравнений движения и программное обеспечение. Создание банка данных астероидов также сопряжено с вопросами получения, хранения, просмотра, анализа и использования больших объёмов информации. Для выполнения поставленной задачи нужно разработать не только программу для расчёта эволюции движения объекта, но и приложения, позволяющие автоматизировать процесс создания базы данных, а также представляющие информацию, содержащуюся в полученной базе данных, в наглядной форме.

При разработке данного программного комплекса учитывалась возможность современных процессоров обрабатывать несколько потоков одновременно и тенденция к увеличению числа ядер на процессоре (как физических, так и виртуальных). Существенную роль в реализации данной задачи играет выбор языка и среды программирования. В качестве основного языка и среды программирования был выбран C++ — язык высокого уровня, на котором получается наилучший по быстродействию и расходу памяти код, а в качестве среды разработки — Microsoft Visual Studio 2008 Express Edition, т.к. этот компилятор полностью поддерживает стандарт C++03 (ISO/IEC 14882:2003), а также обладает высокой степенью оптимизации получаемого кода. Для приложения, с которыми непосредственно работает пользователь, был выбран язык Object Pascal в среде Borland Developer Studio 2006, т.к. эта среда предоставляет удобные компоненты для создания пользовательского интерфейса. В качестве СУБД для реализации базы данных был выбран MySQL 5. Апплеты для сайта были написаны на языке Java. Язык Java SE 6 и его расширение — API Java3D были выбраны для обеспечения наиболее широкого круга пользователей данным сайтом: так, разработанные апплеты работают под управлением таких операционных систем как: Windows, Mac, Linux и т.д.

Разработано следующее программное обеспечение для 32-х разрядных операционных систем семейства Microsoft Windows NT:

1. Database Manager и Database Viewer — приложения, реализующее управление пользователем базой данных, т.е удаление и добавление данных, а также получение различной статистической информации об астероидах, содержащихся в базе данных соответственно;
2. Calculation Server и Calculation Client — приложения, автоматизирующее процесс вычислений при создании базы данных и оптимизированные для работы в многопоточной среде (серверная и клиентская часть соответственно);
3. Asteroid Viewer — приложение, позволяющее пользователю посмотреть эволюцию орбит астероида, его тесные сближения с большими планетами и Луной и 3-х мерную сцену эволюции движения астероида в Солнечной системе на любом интервале времени.

Все приложения собраны в установочные пакеты, что обеспечивает простоту их установки на компьютер пользователя. Во время установки приложение Asteroid Viewer регистрируется как приложение для открытия файлов с расширениями avd, adb.

Для созданного при помощи описанного выше программного комплекса web-сайта SmallBodies.Ru — «Каталог орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы»¹¹, предоставляющего доступ к данным, занесённым в разработанную автором настоящей диссертационной работы базу данных, были разработаны нижеследующие Java-апплеты.

1. Апплет Diagram1D строит столбчатые диаграммы для оценки распределения астероидов по элементам орбит, роста объема базы данных и числа содержащихся в ней объектов, имеющих тесные сближения с планетами;
2. Апплет Diagram2D строит двухмерные диаграммы, показывающее распределение объектов по группам относительно двух элементов орбит;
3. Апплет Graph2D строит график эволюции выбранного элемента орбит любого объекта, содержащегося в базе данных;
4. Апплет Graph3D показывает 3-х мерную картину эволюции движения малых тел и Солнечной системы;
5. Апплеты PosCalculator, ElemCalcualtor и EphCalculator рассчитывают соответственно координаты и скорости, элементы орбит и эфемериды любого объекта, занесённого в базу данных, на произвольный момент времени.

¹¹ <http://smallbodies.ru>

Следует отметить, что созданный электронный научной-информационный ресурс SmallBodies.Ru не уступает зарубежным аналогам, в частности, сайту американской Лаборатории реактивного движения (JPL)¹².

Следует также отметить, что все алгоритмы реализованы в виде динамически подключаемых библиотек, что позволяет их использовать в других программах. Помимо этого, ввиду универсальности разработанных алгоритмов интегрирования и реализации основных математических моделей движения малых тел Солнечной системы данный программный комплекс может быть использован при исследовании эволюции орбит главных метеорных роёв и короткопериодических комет.

Таким образом, разработан достаточно универсальный и расширяемый программный комплекс для исследования эволюции орбит малых тел Солнечной системы.

В четвёртой главе приводятся результаты исследования эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура и Атона на интервале времени с 1800 по 2206 годы. Также в этой главе приводятся результаты исследования сходимости и устойчивости как используемого численного метода, так и решаемой задачи Коши; произведены оценки погрешности полученных результатов.

Банки данных эволюции орбит астероидов и короткопериодических комет создаются для выявления объектов, представляющих потенциальную опасность Земле, изучения вопросов о происхождении, устойчивости и эволюции движения астероидов; быстрого получения координат, скоростей и элементов орбит астероида или кометы на любой момент времени.

В частности, создан банк данных эфемерид астероидов групп Аполлона, Амура и Атона и их тесных сближений на исследуемом интервале времени с 1800 по 2206 годы. Проведено исследование эволюции орбит 8530 астероидов. Среди них выявлено 1126 объектов, тесно сближающихся с внутренними планетами, из которых 894 проходят через сферу действия Земли.

Эти данные получены численным интегрированием при помощи описанного выше программного комплекса и занесены в разработанную базу данных.

О точности говорит тот факт, что вычисленные нами координаты и скорости планет были согласованы с DE405 — одной из самых точных численных теорий движения больших планет, Луны и Солнца, а величины и даты сближений астероидов с Землёй совпадают с наблюдениями.

В качестве примера в нижепредставленной таблице приведено 12 астероидов из групп Аполлона, Амура и Атона, имеющих наиболее тесные сближения с Землёй из реально наблюдаемых. В таблице содержатся данные о наблюдениях, которые были взяты из списка Гарвардского университета наиболее близко прошедших от Земли астероидов (Closest Approaches to the

¹² <http://ssd.jpl.nasa.gov/>

Earth by Minor Planets)¹³, и расчётные данные, полученные при помощи разработанного программного комплекса.

Таблица 1. Тесные сближения астероидов с Землёй

Объект	Расчётное время	Расчётное расстояние, а.е.	Время наблюдения	Наблюдаемое расстояние, а.е.
2011 CQ1	04.02.2011 19:39:22	0.000079	04.02.2011 19:40:48	0.000079
2004 FU162	31.03.2004 15:34:34	0.000086	31.03.2004 15:36:00	0.000086
2008 TS26	09.10.2008 03:28:48	0.000082	09.10.2008 03:21:36	0.000090
2011 MD	27.06.2011 17:00:58	0.000125	27.06.2011 17:02:24	0.000125
2009 VA	06.11.2009 21:34:34	0.000137	06.11.2009 22:04:48	0.000136
2008 US	20.10.2008 23:22:34	0.000207	20.10.2008 23:16:48	0.000206
2004 YD5	19.12.2004 20:24:00	0.000264	19.12.2004 20:38:24	0.000226
2010 WA	17.11.2010 03:44:38	0.000260	17.11.2010 03:50:24	0.000260
2008 VM	03.11.2008 22:27:50	0.000306	03.11.2008 22:33:36	0.000307
2004 FH	18.03.2004 22:09:07	0.000328	18.03.2004 22:04:48	0.000328
2010 XB	30.11.2010 18:00:00	0.000360	30.11.2010 18:00:00	0.000355
2010 TD54	12.10.2010 10:48:00	0.000346	12.10.2010 10:48:00	0.000360

Как видно из таблицы, результаты вычислений очень хорошо согласуются с наблюдениями, несмотря на то, что рассматриваемые объекты имеют очень тесные сближения с Землёй и, как известно, исследование эволюции их движения является особо сложной задачей. Из данных таблицы можно сделать вывод о высокой точности результатов, получаемых рассматриваемым методом.

Исследованием астероида 99942 Apophis занимались многие специалисты. Этот интерес возник ввиду нескольких факторов: величины астероида, довольно тесному его сближению с Землёй в относительно недалёком будущем, изначальной информации о возможном столкновении с Землёй в 2029, вероятности столкновения в 2036 и последующих годах по прогнозу некоторых учёных. Приведённые в четвёртой главе результаты исследования астероида 99942 Apophis сопоставлены с результатами других учёных. Так, в работах Башакова А. А., Питьева Н. П. и Соколова Л. Л., Заботина А. С., Кочетова О. М. и Шора В. А., Смирнова Е. А., Ивашкина В. В. и Стихно К. А. приводятся результаты расчётов сближения в 2029 году, которые совпадают с данными, полученными автором настоящей работы.

В данной главе показано, что для объектов, не имеющих тесных сближений, результаты, полученные по начальным данным на различные моменты времени, отличаются незначительно. Однако начальные данные значительно

¹³ <http://www.cfa.harvard.edu/iau/lists/Closest.html>

вливают на результаты интегрирования на отрезке времени после тесного сближения астероида с планетой Солнечной системы. Таким образом, уточнение орбиты астероидов в значительной степени влияет на результаты исследования эволюции движения малых тел Солнечной системы на длительном интервале времени для объектов, имеющих тесные сближения с планетами.

Оценки погрешности для метода Эверхарта были получены методом экстраполяции. Проведя исследование ряда объектов при помощи рассматриваемого метода были получены нижеследующие результаты. Принималось, что вычисления получены с необходимой точностью, если разница в вычисленных положениях объекта не превосходит 10^{-6} а.е. и в вычисленных скоростях 10^{-7} а.е./сутки.

1. Для объектов, не имеющих сближений, метод Эверхарта обеспечивает требуемую точность на всём рассматриваемом интервале времени с 1800 по 2206 годы.
2. Для объектов, имеющих тесные сближения, в общем случае, погрешность резко возрастает после момента сближений. Только при интегрировании с малым (порядка 0.01 дня) или переменным шагом можно обеспечить точность на интервале времени порядка нескольких десятков лет после сближения.

В работе было показано, что в общем случае для исследования объектов, имеющих тесные сближения, необходимо использовать метод 27-го порядка с переменным шагом интегрирования или постоянным шагом, равным 0.01 дня. При этом использование переменного шага интегрирования позволяет сократить время вычислений более чем в 6 раз по сравнению с вычислениями с постоянным шагом 0.01 дня.

Проведено сравнение метода Эверхарта и метода Адамса и показано, что для астероидов, имеющих тесные сближения, эффективнее использовать метод Эверхарта, так как для данного класса объектов он обеспечивает более высокую точность.

В заключении перечислены основные результаты, полученные при выполнении данной диссертационной работы, которые приведены ниже.

1. Предложена модификация математической модели, описывающей раннее движение планет, Луны и Солнца, и её применение для исследования эволюции движения малых тел Солнечной системы, сближающихся с Землёй.
2. Разработаны вычислительные алгоритмы для модифицированного одношагового метода Эверхарта с высоким (до 33-го включительно) порядком аппроксимирующих формул и переменным шагом интегрирования.

3. Автоматизирован процесс численного интегрирования дифференциальных уравнений небесных тел и обработки получаемых результатов с использованием возможностей современных многоядерных процессоров.
4. Разработанный программный комплекс имеет универсальный характер, позволяет исследовать эволюцию движения астероидов, короткопериодических комет и метеорных потоков; сохранять, обрабатывать и анализировать результаты расчётов; автоматизировать процесс исследования и получать результаты в удобной и наглядной форме.
5. При помощи разработанного программного обеспечения проведено исследование более 8500 объектов и создан банк данных эфемерид астероидов групп Аполлона, Амура и Атона, сближающихся с Землёй на интервале времени с 1800 по 2206 годы.
6. На основе проведённых исследований эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура и Атона, выявлены астероиды, представляющие потенциальную опасность для Земли.
7. Разработаны алгоритмы и Java-апплеты для работы с научно-информационным ресурсом SmallBodies.Ru, позволяющие производить вычисления с размещёнными на сайте данными и в наглядной форме представлять получаемые результаты.
8. Проведено исследование сходимости и устойчивости как используемого численного метода, так и решаемой задачи Коши; произведены оценки погрешности полученных результатов.

В приложении приводятся параметры для разработанных Java-апплетов, листинг программы для интегрирования дифференциальных уравнений движения малого тела Солнечной системы, интерфейс части программного комплекса, отвечающий за интегрирование уравнений движения.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Монография

1. Заусаев А. Ф., Абрамов В. В., Денисов С. С. Каталог орбитальной эволюции астероидов, сближающихся с Землёй с 1800 по 2204 гг. — М. : Машиностроение-1, 2007. — С. 608.

Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК

2. Заусаев А. Ф., Денисов С. С., Деревянка А. Е. Исследование эволюции астероида 2012 da14 // Вестник самарск. госуд. техн. ун-та. Серия: физ.-матем. науки. — 2012. — № 3(28). — С. 211–215.
3. Денисов С. С. Разработка программного обеспечения для автоматизации процесса создания банка данных эволюции орбит астероидов // Вестник самарск. госуд. техн. ун-та. Серия: физ.-матем. науки. — 2011. — № 4(25). — С. 200–202.
4. Денисов С. С. Выявление астероидов группы атона, представляющих потенциальную угрозу для земли // Вестник самарск. госуд. техн. ун-та. Серия: физ.-матем. науки. — 2007. — № 1(14). — С. 174–177.
5. Заусаев А. Ф., Денисов С. С., Соловьев Л. А. Численное интегрирование уравнений движения астероида 2004 fu162 на интервале времени с 1800 по 2206 годы // Вестник самарск. госуд. техн. ун-та. Серия: физ.-матем. науки. — 2006. — № 43. — С. 189–191.
6. Выявление астероидов группы аполлона, амура, атона, представляющих потенциальную угрозу для земли / В. В. Абрамов, А. Ф. Заусаев, Л. А. Соловьев, С. С. Денисов // Обзорение прикладной и промышленной математики. — 2007. — Т. 14 (Вып. 2), № IV. — С. 384.

Публикации в прочих изданиях

7. Денисов С. С. Разработка программного обеспечения для автоматизации процесса исследования эволюции орбит астероидов // Решетневские чтения: материалы XIV Междунар. науч. конф конференции. — Т. 2. — Красноярск : Сиб. гос. фэрокосмич. ун-т., 2010. — С. 385–386.
8. Database development of the solar system small bodies' orbital evolution based on modern mathematical models and methods / А. F. Zausaev, А. А. Zausaev, V. V. Abramov, S. S Denisov // Защита земли от столкновений с астероидами и кометными ядрами: труды международной конференции "Астероидно-кометная опасность – 2009". — СПб : Наука, 2010. — С. 102–106.
9. Денисов С. С. Разработка апплетов для вычисления элементов орбит астероида на произвольный момент времени // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды седьмой всероссийской научной конференции. Часть 3. — Самара : СамГТУ, 2010. — С. 78–82.

10. Денисов С. С. Влияние начальных данных на результаты исследования эволюции орбит астероидов // Сборник материалов Международной молодёжной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам: “Научному прогрессу – творчество молодых”. Часть 1. — Йошкар-Ола : МарГТУ, 2010. — С. 73–84.
11. Денисов С. С. Влияние уточнения орбит на результаты исследования эволюции движения астероидов // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды шестой всероссийской научной конференции. Часть 3. — Самара : СамГТУ, 2009. — С. 111–116.
12. Denisov S. S. Development of database and software for the web-site in the problem of modeling the orbital evolution of small bodies of solar system // International Conference Asteroid-Comet Hazard–2009. — СПб, 2009. — С. 210–211.
13. Денисов С. С. Разработка базы данных и программного обеспечения для web-сайта в задаче моделирования астероидной и кометной безопасности земли // Труды Седьмой Международной конференции: “Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов”. — Ульяновск, 2009. — С. 91–93.
14. Денисов С. С. Создание банков данных астероидов, сближающихся с землёй // Международная конференция: “100 лет Тунгусскому феномену: прошлое, настоящее, будущее”. — Москва, 2008. — С. 114–115.
15. Денисов С. С. Разработка программного обеспечения с целью создания банка данных астероидов // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды пятой всероссийской научной конференции. Часть 3. — Самара : СамГТУ, 2008. — С. 90–93.
16. Денисов С. С. Создание банка данных астероидов групп аполлона, амура, атона на основе метода эверхарта // XXXIV Гагаринские чтения: Научные труды Международной молодёжной конференции. Часть 5. — Москва, 2008. — С. 53–54.
17. Денисов С. С. Создание базы астероидов из групп аполлона, амура и атона на интервале времени с 1800 по 2206 годы // Сборник материалов Международной молодёжной научной конференции по естественнонаучным и техническим дисциплинам: “Научному прогрессу — творчество молодых”. Часть 1. — Йошкар-Ола : МарГТУ, 2008. — С. 182.

18. Денисов С. С. Разработка программного обеспечения для представления эволюции орбит малых тел солнечной системы на web-сайте // Актуальные проблемы современной науки. Труды 4-го Международного форума молодых ученых. Часть 1–3. — Самара : СамГТУ, 2008. — С. 34–38.
19. Денисов С. С. Создание банка данных астероидов групп аполлона, амура и атона на интервале времени с 1800 по 2206 годы // Актуальные проблемы современной науки. Труды 3-го Международного форума молодых ученых. Часть 3. — Самара : СамГТУ, 2007. — С. 25–28.
20. Денисов С. С. Создание базы данных астероидов группы аполлона, амура и атона на интервале времени с 1800 по 2206 годы // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды четвертой всероссийской научной конференции. Часть 3. — Самара : СамГТУ, 2007. — С. 78–81.
21. Денисов С. С. Математическое моделирование движения астероида 2004 YD5 на интервале времени с 1800 г. по 2206 г. // Актуальные проблемы современной науки. Труды 2-го Международного форума молодых ученых. Часть 1–3. — Самара : СамГТУ, 2006. — С. 41–46.
22. Денисов С. С., Заусаев А. Ф., Соловьев Л. А. Математическое моделирование движения астероида 2004 FU162 на интервале времени с 2006 по 2206 годы // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды третьей всероссийской научной конференции. Часть 3. — Самара : СамГТУ, 2006. — С. 119–123.
23. Денисов С. С., Заусаев А. Ф., Соловьев Л. А. Эволюция орбит кометы мачхольца // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды второй всероссийской научной конференции. Часть 1. — Самара : СамГТУ, 2005. — С. 116–122.
24. Денисов С. С., Заусаев А. Ф., Соловьев Л. А. Исследование родственной связи метеорного потока дельта - акварид с кометой мачхольца // Всероссийская конференция: “Дифференциальные уравнения и их приложения”. — Самара : СамГУ, 2005. — С. 43–44.

Автореферат отпечатан с разрешения диссертационного совета Д 212.278.02

ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет»

Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 1,0

Тираж 100 экз. Заказ № ____.

ФГБОУ ВПО «__»

Отдел типографии и оперативной печати

__, г. __, ул. __, __.