

Заусаев Артем Анатольевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ
ВЫСОКОТОЧНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ**

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

САМАРА – 2005

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика и информатика» Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Самарский государственный технический университет» (СамГТУ).

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,
профессор Радченко Владимир Павлович.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор Жданов Александр Иванович,

доктор физико-математических наук,
профессор Филатов Олег Павлович.

Ведущая организация:

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский государственный университет» (КГУ).

Защита состоится « 2 » декабря 2005 г. в 10⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.215.05 при Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева» (СГАУ) по адресу: 443086, Самара, Московское шоссе, 34.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СГАУ.

Автореферат разослан « 31 » октября 2005 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.т.н., профессор

Калентьев А.А.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Разработка, исследование, обоснование адекватности математической модели движения небесных тел, в частности больших планет и короткопериодических комет, а также совершенствование методов, алгоритмов, программного обеспечения для ее реализации важны как для развития численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений, так и для создания эффективной информационной технологии получения, накопления, прогнозирования новых знаний в теоретической и прикладной астрономии.

При исследовании эволюции орбит комет точность полученных результатов зависит от ряда факторов, основными из которых являются: учет в математической модели основных действующих сил; точность, устойчивость, сходимость применяемого метода численного интегрирования. Все вышеперечисленные факторы не являются окончательно изученными в настоящее время и требуют дальнейшего развития.

Характерной особенностью современных численных методов, применяемых в небесной механике, является высокий порядок аппроксимирующих формул. Алгоритмы должны обеспечивать получение большого количества верных значащих цифр с целью уменьшения ошибок округления. Таким образом, разработка методов более высокого порядка, по сравнению с существующими, позволяет увеличить точность, эффективность вычислений и расширить интервал интегрирования.

Концентрировано, результаты моделирования и накопленный информационный банк данных можно представить в виде электронного каталога кометных орбит. В существующих на сегодняшний день каталогах (Н.А. Беляев, А. Карузи, Л. Кресак и другие авторы) данные получены на основе решения стандартной задачи n тел с учетом гравитационных сил и негравитационных эффектов, с использованием методов численного интегрирования не выше 19-го порядка, при этом динамические параметры приводятся на дискретные моменты времени с интервалами в несколько десятилетий. Поэтому учет влияния релятивистских эффектов в совокупности с повышением порядка аппроксимирующих формул численного метода позволяет не только увеличить точность и эффективность вычислений, но и разработать усовершенствованную информационную технологию при создании электронного каталога кометных орбит.

Вышеперечисленное и определяет актуальность темы диссертации.

Цель работы.

1. Усовершенствование численного метода Эверхарта решения обыкновенных дифференциальных уравнений с целью повышения порядка аппроксимирующей формулы.

2. Создание программного обеспечения для реализации модифицированного метода Эверхарта.

3. Разработка математической модели движения небесных объектов (больших планет, короткопериодических комет) с учетом в дифференциальных уравнениях основных действующих сил.

4. Разработка комплекса программ и его применение для вычисления орбитальной эволюции короткопериодических комет, создание информационной среды в виде кометного каталога в электронном и печатном вариантах.

Научная новизна.

1. Разработан модифицированный алгоритм метода Эверхарта, позволяющий увеличить порядок аппроксимирующей формулы при численном интегрировании систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

2. Разработана модифицированная математическая модель, описывающая движение небесных тел с учетом гравитационных и релятивистских эффектов.

3. Создан комплекс нового программного обеспечения для реализации модифицированного метода Эверхарта и его применения при математическом моделировании движения небесных объектов.

4. Проведено исследование сходимости, устойчивости и погрешности аппроксимирующей формулы модифицированного метода Эверхарта для различных порядков и шагов интегрирования.

5. На основе усовершенствованной информационной технологии создан и издан новый каталог орбитальной эволюции 164 короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. в электронном и печатном вариантах.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Модификация метода Эверхарта численного интегрирования дифференциальных уравнений движения небесных тел.

2. Алгоритм, методика и комплекс программного обеспечения для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на основе усовершенствованного метода Эверхарта.

3. Модифицированная математическая модель движения небесных объектов с учетом гравитационных и релятивистских эффектов.

Практическая значимость работы заключается в том, что, с одной стороны, она вносит определенный теоретический вклад во внутреннюю завершенность вычислительной математики и вычислительного эксперимента, поскольку разработанный высокоточный численный метод решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений достаточно универсален. С другой стороны, на основе предложенного метода разработаны алгоритмы и комплексы программ для решения конкретных прикладных задач небесной механики, результатом применения которых явилось создание и издание каталога орбитальной эволюции короткопериодических комет. Кроме этого результаты работы служат развитию информационных технологий получения, накопления и применения новых знаний в небесной механике и космической навигации.

Обоснованность выносимых на защиту научных положений, выводов и рекомендаций, а также достоверность полученных результатов исследований проверена путем комплексного исследования модифицированного метода численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений на сходимость, устойчивость, погрешность; сопоставлением расчетных значений координат и скоростей тел, элементов орбит с эмпирическими значениями, вычисленными по наблюдениям, а также с численными расчетами других исследователей.

Связь диссертационной работы с планами научных исследований. Работа выполнялась в рамках плана НИР Самарского государственного технического университета (тема «Математическое моделирование движения небесных объектов, разработка высокоточных численных методов интегрирования уравнений движения небесных тел и их программного обеспечения») и гранта Ученого совета Самарского государственного технического университета 2005 года.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на второй, третьей, четвертой и пятой Международных конференциях молодых ученых «Актуальные проблемы современной науки» (Самара, 2001, 2002, 2003, 2004 гг.), на двенадцатой, тринадцатой Межвузовских конференциях «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара, 2002, 2003), на Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара, 2004), на Всероссийской астрономической конференции «Горизонты Вселенной» (Москва, МГУ: ГАИШ, 2004), на Международной научной конференции «Актуальные проблемы математики и механики» (Казань, 2004), на шестой Международной Петрозаводской конференции

«Вероятностные методы в дискретной математике» (Петрозаводск, 2004), на пятом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике (Сочи, 2004), на Международном симпозиуме «Астрономия – 2005: состояние и перспективы развития» (Москва, МГУ: ГАИШ, 2005), на второй Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара, 2005), на Всероссийской конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения» (Самара, 2005), на Международном форуме молодых ученых «Актуальные проблемы современной науки» (Самара, 2005), на научном семинаре «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (рук. проф. Радченко В.П., 2003-2005 гг.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 24 работы, список которых приведен в конце автореферата.

Личный вклад автора. Автору во всех работах, опубликованных в соавторстве, в равной степени принадлежат как постановки задач, так и результаты выполненных исследований.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, общих выводов, списка литературы и двух приложений, в которых приведены выдержки из печатного варианта каталога орбитальной эволюции короткопериодических комет и листинги разработанных программ. Общий объем диссертации 149 страниц, включая 24 рисунка и 20 таблиц. Библиографический список включает 143 наименования.

Краткое содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и основные направления исследований, приводится структура диссертации.

Глава 1. Аналитический обзор и постановка задачи

Поскольку в диссертационной работе рассматривается класс систем дифференциальных уравнений, порожденный задачами небесной механики, в главе 1 приводится краткий аналитический обзор современных численных методов их решения. Описываются основные этапы развития численных теорий исследования движения больших планет, излагаются основные сведения о короткопериодических кометах, приводится обзор кометных каталогов, дает-

ся схема математического моделирования движения небесных тел на основе концепции А.А. Самарского.

При вычислении эволюции небесных объектов решается так называемая задача n тел, заключающаяся в изучении движения n материальных точек под действием их взаимного притяжения по закону Ньютона. Отмечается, что поскольку аналитического решения этой математической задачи на сегодняшний день не существует, применяются методы численного интегрирования уравнений движения.

Развитие численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений в XX в. тесно связано с именами Н.С. Бахвалова, Н.Н. Боголюбова, В.М. Волосова, Д.К. Куликова, В.Ф. Мячина, А.А. Самарского, А.Н. Тихонова, О.А. Сизовой, R. Bulirsh, J.C. Butcher, C.J. Cohen, E. Everhart, E.C. Hubbard, J. Stoer и других.

В главе описываются алгоритмы численных методов Рунге-Кутты, Адамса-Мултона, Адамса-Бэшфорта, Ричардсона, Коуэлла, Тейлора и другие, которые применяются для решения задачи о движении небесных тел. Рассматриваются вопросы сходимости и устойчивости численного метода.

При вычислении эволюции орбит комет необходимо иметь информацию о параметрах всех небесных тел, оказывающих возмущающее действие на комету. В главе анализируется проблема разработки и создания информационных фондов координат и скоростей больших планет (Меркурий-Плутон) для использования их в численном решении различных небесно-механических задач. Данному вопросу посвящены работы Н.А. Беляева, Е.И. Казимирчак-Полонской, Г.А. Красинского, Е.В. Питьевой, D. Brouwer, G.M. Clemence, W.J. Eckert, X.X. Newhall, E.M. Standish, Jr. и J.G. Williams и других.

Отмечается роль электронного каталога как концентрированного результата численного эксперимента в информационных технологиях получения, накопления и систематизации новых знаний в небесной механике. Указывается, что каталоги короткопериодических комет содержат информацию о распределении комет в Солнечной системе, дают общее представление об эволюции параметров орбит с течением времени. Приводится обзор кометных каталогов, в частности, работ Н.А. Беляева, Э. Галлея, А. Карузи, Л. Кресака, Б. Марседена, И. Хасегава и других.

В связи с тем, что список открытых комет растет, появляются новые наблюдения уже известных комет, возникает потребность в постоянном обновлении каталогов, что неразрывно связано с разработкой уточненной матема-

тической модели движения короткопериодических комет, созданием новых или модификацией существующих численных методов. Решение этих задач важно как для развития методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, так и для решения теоретических и прикладных вопросов астрономии.

В главе приводится подробная схема процесса математического моделирования эволюции короткопериодических комет на основе концепции А.А.Самарского.

В конце главы по результатам обзора формулируются задачи и методы исследования.

Глава 2. Разработка математической модели и метода совместного решения дифференциальных уравнений движения Солнца, больших планет, Луны и комет на основе алгоритма Эверхарта

В пункте 2.1 рассматриваются основные математические модели движения небесных объектов.

Дифференциальные уравнения движения в стандартной ньютоновской задаче n тел в векторной форме имеют вид¹:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -k^2(1+m) \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \sum_i k^2 m_i \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}}{\Delta_i^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} \right), \quad (1)$$

где $\mathbf{r}(x, y, z)$ – гелиоцентрический радиус-вектор тела, движение которого исследуется; m – масса этого тела; $\mathbf{r}_i(x_i, y_i, z_i)$ – гелиоцентрический радиус-вектор i -того возмущающего тела; m_i – масса i -того возмущающего тела; k^2 – Гауссова постоянная,

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \Delta_i^2 = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2, \quad r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2.$$

В настоящее время предъявляются все более высокие требования к математической модели, с помощью которой описывается движение небесных тел. Учет лишь гравитационных взаимодействий, который заложен в стандартных уравнениях движения (1), оказывается недостаточным. Наряду с гравитационными силами необходимо учитывать релятивистские эффекты, фигуру планет и Солнца и т.д. Решение этих задач требует модификации существующих или разработки новых численных методов решения дифференциальных уравнений для повышения точности и эффективности вычислений.

¹ Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики. М.,Л.: Наука, 1965. 368 с.

В настоящей диссертационной работе используются дифференциальные уравнения движения в барицентрической системе координат (начало координат в центре инерции рассматриваемой системы материальных точек), которые имеют следующий вид²:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\mathbf{r}}_i = & \sum_{j \neq i} \frac{m_j(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{r_{ij}^3} \left\{ 1 - \frac{2(b+g)}{c^2} \sum_{k \neq i} \frac{m_k}{r_{ik}} - \frac{2b-1}{c^2} \sum_{k \neq j} \frac{m_k}{r_{jk}} + g \left(\frac{u_i}{c} \right)^2 + \right. \\
 & + (1+g) \left(\frac{u_j}{c} \right)^2 - \frac{2(1+g)}{c^2} \dot{\mathbf{r}}_i \cdot \dot{\mathbf{r}}_j - \frac{3}{2c^2} \left[\frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \cdot \dot{\mathbf{r}}_i}{r_{ij}} \right]^2 + \frac{1}{2c^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot \ddot{\mathbf{r}}_j \left. \right\} + \\
 & + \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{r_{ij}^3} \{ [(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)] \cdot [(2+2g)\dot{\mathbf{r}}_i - (1+2g)\dot{\mathbf{r}}_j] \} (\dot{\mathbf{r}}_i - \dot{\mathbf{r}}_j) + \\
 & + \frac{3+4g}{2c^2} \sum_{j \neq i} \frac{m_j \ddot{\mathbf{r}}_j}{r_{ij}} + \sum_{m=1}^N \frac{m_m (\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_i)}{r_{im}^3}, \tag{2}
 \end{aligned}$$

где $\mathbf{r}_i, \dot{\mathbf{r}}_i, \ddot{\mathbf{r}}_i$ – радиус-векторы координат, скоростей, ускорений в барицентрической системе координат i -того тела; $m_j = k^2 m_j$, где k^2 – Гауссова постоянная и m_j – масса j -того тела; $r_{ij} = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$; b и g – релятивистские параметры, $b = g = 1$; $u_i = |\dot{\mathbf{r}}_i|$ и c – скорость света.

В отличие от работы², где проводилось совместное численное интегрирование уравнений движения больших планет, Луны, Солнца и 400 наиболее массивных астероидов, в данной диссертационной работе пояс астероидов моделируется следующим образом: на орбите, принадлежащей главному поясу астероидов, задаются N материальных точек, при этом их массы и орбита подбираются таким образом, чтобы возмущающее действие от смоделированного объекта стремилось по величине к возмущениям от 400 реальных астероидов. Данная модификация, содержащаяся в последнем члене уравнения (2), позволяет получать результаты, согласованные с наблюдениями при многократном сокращении времени вычислений.

Помимо гравитационных эффектов в (2) заложен учет релятивистских эффектов, обусловленных Солнцем и планетами, учитывается несферичность фигур Луны и Земли и ряд эффектов для Луны. Автором настоящей работы показано, что учет релятивистских эффектов для комет, имеющих тесные

² Newhall X.X., Standish E.M., Williams Jr. and J.G. DE 102: a numerically integrated ephemeris of the Moon and planets spanning forty-four centuries // Astron. Astrophys. 1983. № 125. P.150-167.

сближения с Юпитером, приводит к лучшему согласованию теоретических расчетов с наблюдениями, чем без учета этих эффектов.

В пункте 2.2 рассматривается метод численного интегрирования Эверхарта и производится его модификация.

Применяемые ранее в решении многих задач небесной механики явные многошаговые методы Коуэлла не позволяли увеличить интервал интегрирования более чем на 500 лет из-за возникающих погрешностей. Разработанный Эверхартом метод численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений позволяет расширить этот интервал. Метод Эверхарта является одной из разновидностей методов Рунге-Кутты, он относится к числу неявных одношаговых методов, что обеспечивает его согласованность, нульустойчивость и сходимос³.

Алгоритм метода Эверхарта⁴ при решения уравнения

$$\ddot{x} = F(x, t), \quad (3)$$

состоит в представлении правой части дифференциального уравнения в виде временного ряда

$$\ddot{x} = F(x, t) = F_1 + A_1 t + A_2 t^2 + \dots + A_n t^n. \quad (4)$$

Интегрируя (4), получим выражения для определения координат и скоростей:

$$x = x_1 + \dot{x}_1 t + F_1 \frac{t^2}{2} + A_1 \frac{t^3}{6} + \dots + A_n \frac{t^{n+2}}{(n+1)(n+2)}, \quad (5)$$

$$\dot{x} = \dot{x}_1 + F_1 t + A_1 \frac{t^2}{2} + A_2 \frac{t^3}{3} + \dots + A_n \frac{t^{n+1}}{n+1}. \quad (6)$$

Данные полиномы не являются рядами Тейлора, а коэффициенты A_i вычисляются из условия наилучшего приближения x и \dot{x} с помощью конечных разложений (5) и (6).

Так как повышение порядка аппроксимирующей формулы в большинстве случаев улучшает основные свойства методов, разработка алгоритмов Эверхарта более высокого порядка, по сравнению с существующими, является актуальной задачей с целью создания более точного и эффективного метода.

Алгоритм и программа численного интегрирования методом Эверхарта ранее были разработаны до 27 порядка, однако при возрастании порядка свыше 19-го не происходило улучшения точности вычислений. Автором настоя-

³ Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Под ред. Дж. Холла, Дж. Уатта. М.: Мир. 1979. 312 с.

⁴ Everhart E. Implicit single methods for integrating orbits // Celestial mechanics. 1974. №.10. P.35-55.

шей работы показано, что главная причина заключалась в способе нахождения значений A_i . В силу того, что коэффициенты метода A_i вычислялись с помощью разностной схемы, при больших порядках не наблюдалась тенденция убывания n -го члена ряда.

В данной диссертационной работе в алгоритм метода Эверхарта было введено дополнительное условие: начиная с 19-го порядка значение коэффициента A_n приравнявалось к нулю, что влекло выполнение необходимого условия сходимости степенных рядов. В соответствии с этой модификацией, коэффициенты A_i также принимали другие значения. Данный прием позволил разработать алгоритм и программу на языке C++, эффективность и точность которых возрастали применительно к планетной задаче при увеличении порядка до 31.

В пунктах 2.3 – 2.4 рассматриваются общие вопросы интегрируемости и устойчивости в задачах небесной механики, а также вопросы учета негравитационных эффектов в эволюции короткопериодических комет.

В пункте 2.5 дается понятие времени в задачах небесной механики, описываются параметры, характеризующие траекторию движения короткопериодических комет (элементы орбиты), часть из них обозначена на рис. 1: T – момент прохождения кометы своего перигелия (P); M – средняя аномалия,

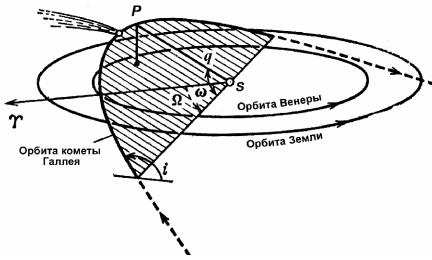


Рис. 1. Часть орбиты кометы Галлея

т.е. угловое расстояние от перигелия гипотетического тела, движущегося с постоянной угловой скоростью, равной среднему движению (измеряется в градусах); параметры, характеризующие форму орбиты: a – большая полуось (в астрономических единицах), e – эксцентриситет, q – перигелийное расстояние (в астрономических единицах); параметры, определяющие положение орбиты в пространстве: ω – аргумент перигелия (в градусах), Ω – долгота восходящего узла (в градусах), i – наклонение (в градусах).

Также в главе рассматриваются основные координатные системы, используемые при решении задач небесной механики; освещаются вопросы вычисления элементов гелиоцентрической орбиты по положению и скорости в начальный момент, а также вычисления прямоугольных координат и компонент скорости элементам орбит.

Также в главе рассматриваются основные координатные системы, используемые при решении задач небесной механики; освещаются вопросы вычисления элементов гелиоцентрической орбиты по положению и скорости в начальный момент, а также вычисления прямоугольных координат и компонент скорости элементам орбит.

В завершении сделаны выводы по главе 2.

Глава 3. Разработка, анализ алгоритмов и информационной среды, применяемых для исследования эволюции орбит короткопериодических комет

Пункт 3.1 посвящен вопросам моделирования банков данных координат и скоростей больших планет, Луны, Солнца и короткопериодических комет в барицентрической системе координат.

При решении уравнений движения комет необходимо иметь информацию о координатах и скоростях, как исследуемого тела, так и всех возмущающих тел на определенные моменты времени. Для этого было необходимо создать банк данных координат и скоростей больших планет, Луны и Солнца, который позволил существенно повысить эффективность программы в связи с тем, что отпала необходимость в вычислении параметров возмущающих тел на больших интервалах времени. Структурная схема проведенных исследований показана на рис.2.



Рис. 2. Схема формирования банков данных координат и скоростей.

Полученные результаты для внутренних планет (Меркурий-Марс) сопоставлены с радиолокационными наблюдениями на интервале времени с 1961 по 2000 гг., также проведены сравнения найденных значений вблизи начального и конечного моментов интегрирования с данными одной из самых современных теорий движения больших планет – DE 405⁵. На основании сопоставления сделан вывод о высокой степени точности полученных координат и скоростей, в частности, для планет максимальное расхождение в координатах на 1660 год, по сравнению с DE 405, имеет место у Меркурия и составляет $8 \cdot 10^{-7}$ а.е., для Луны - $3 \cdot 10^{-6}$ а.е.

Далее, путем совместного численного интегрирования уравнений движения больших планет, Луны, Солнца и комет на интервале времени с 1900 по 2100 гг. создан банк данных координат, скоростей 164 короткопериодических комет на те же моменты времени, что и для планет.

На базе полученных банков данных составлены каталоги орбитальной эволюции короткопериодических комет, чему посвящена четвертая глава настоящей диссертационной работы.

В пункте 3.2 исследуется эффективность метода Эверхарта при численном интегрировании уравнений движения короткопериодических комет.

С целью проведения тестовых расчетов для определения оптимальных параметров (шага и порядка) в модифицированном методе Эверхарта при решении уравнений движения короткопериодических комет, было отобрано 10 объектов. В их число вошли кометы, обладающие характерными особенностями: обратным и прямым движением, имеющие тесные сближения с планетами-гигантами и не имеющие таковых, кометы с малыми и большими периодами обращения и т.д. Совместное численное интегрирование уравнений движения больших планет, Луны, Солнца и кометы в барицентрической системе координат проводилось от момента последнего зарегистрированного прохождения кометы через перигелий до ближайшего к 1900 году момента времени, на который известны орбитальные параметры комет. Исследование проводилось для трех порядков метода – 19, 23 и 27. Метод считался оптимальным, если при заданном порядке и шаге получен результат, удовлетворяющий требуемой точности и обеспечивающий максимальное быстроедействие работы программы.

Исходя из результатов численного эксперимента, при решении уравнений движения короткопериодических комет можно применить модифицирован-

⁵ Standish E.M. JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405 // Jet Prop Lab Technical Report. IOM 312.F-048. 1998. P.1-7.

ный метод Эверхарта с порядками 19, 23, 27, при этом оптимальная величина шага для порядков 19 и 23 является нестабильной, в то время как метод 27 порядка с шагом 6 дней обеспечивает требуемую точность и быстродействие, то есть является наиболее эффективным.

В пункте 3.3 проведено исследование устойчивости метода Эверхарта при вычислении орбитальной эволюции короткопериодических комет.

Сравнивая результаты тестовых вычислений на основе возмущенных и невозмущенных начальных параметров 10 короткопериодических комет, делается вывод об устойчивости используемого метода. Отмечается, что к числу комет с менее устойчивыми решениями относятся кометы с большими эксцентриситетами, а также кометы, имеющие очень тесные сближения с Юпитером (менее 0,1 а.е.).

В пункте 3.4 рассматривается вопрос учета негравитационных эффектов для короткопериодических комет. Отмечается, что строгой теории учета негравитационных сил не существует, поскольку процессы, происходящие в кометных ядрах, носят стохастический характер. Однако в ряде случаев путем введения негравитационных сил в уравнения движения удастся объединить несколько появлений кометы, а также прогнозировать ее движение в будущее.

В диссертационной работе произведена оценка значений негравитационных параметров в уравнениях (2) для десяти короткопериодических комет и показано, что для ряда объектов при вычислении их эволюции на длительных интервалах времени учет сил негравитационной природы необходим для согласования теоретических вычислений с наблюдениями.

В пунктах 3.5 – 3.7 анализируются прикладные вопросы и проводится статистический анализ распределения элементов орбит 164 короткопериодических комет. На основании проведенного анализа делается ряд выводов о распределении комет в Солнечной системе.

Отмечается, что под влиянием возмущающего действия Юпитера в 30 случаях на рассматриваемом интервале времени происходит существенное изменение орбит комет. Выполненное исследование показало, что умеренные и тесные сближения комет с Юпитером – есть закономерное явление, которое реализуется со временем для каждой кометы семейства Юпитера. Время и величина сближений короткопериодических комет с большими планетами сопоставлены с данными каталога А. Карузи, Л. Кресака, Д. Валсеччи. Несмотря на различие применяемых численных теорий движения, установлено согласование данных о времени и минимальных расстояниях сближений комет с большими планетами.

В пункте 3.8 оценивается точность проведенных расчетов эволюции короткопериодических комет. Приводится сравнение результатов исследования с данными каталога Б. Марсдена, согласованными с наблюдениями. Сопоставление элементов орбит проводилось на момент прохождения кометы через перигелий, ближайший к 1900 году. Расхождения в средней аномалии M у 115 комет из 164 не превышают 0,05 градуса, что соответствует относительной погрешности 0,014%. Наибольшие отклонения установлены у четырех объектов: 16 P/Brooks 2 (6,03%), 22 P/Kopff (2,03%), 24 P/Schaumasse (1.18%), 52 P/Harrington-Abell (3.64%). Основной причиной столь существенных расхождений могут быть столкновения комет с астероидами или другие эффекты. Расхождение в элементах орбит для остальных 160 короткопериодических комет устраняется путем стандартного учета негравитационных сил в уравнениях движения.

Давая в целом оценку точности полученных результатов, можно сделать вывод, что для большинства комет элементы орбит получены с высокой степенью точности и могут быть использованы при организации и планировании наблюдений этих объектов, а также при прогнозировании их движения.

В завершении делаются выводы по главе 3.

Глава 4. Разработка программного обеспечения и его компьютерная реализация при математическом моделировании движения короткопериодических комет

В главе описывается разработанный комплекс программ, поясняются его возможности и принцип действия.

На базе сформированных банков данных координат и скоростей больших планет, Луны, Солнца и 164 короткопериодических комет (рис. 2) разработан электронный каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. Каталог реализован программными средствами C++ Builder, имеет оконный интерфейс и предоставляет пользователю следующие возможности:

- вычисление элементов орбиты любой из 164 короткопериодических комет на требуемый момент времени;
- вычисление орбитальной эволюции любой из 164 короткопериодических комет на указанном пользователем промежутке времени;
- построение графиков изменения орбитальных элементов.

В подготовленном и изданном печатном варианте каталога приводится информация об изменении элементов орбит 164 короткопериодических комет

на интервале с 1900 по 2100 годы на момент начала года с шагом 10 лет, указываются тесные сближения с большими планетами, а также даются графики изменения орбитальных элементов на 200-летнем интервале времени.

Основные результаты выполненных исследований состоят в следующем:

1. На основе алгоритма Эверхарта разработан высокоточный метод для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений с высоким порядком аппроксимирующих формул.

2. Получена модифицированная математическая модель движения больших планет, Луны, Солнца и короткопериодических комет с учетом гравитационных и релятивистских эффектов.

3. Создан новый комплекс программного обеспечения для совместного решения дифференциальных уравнений движения небесных тел.

4. Разработана новая информационная среда, в рамках которой созданы банки данных координат и скоростей больших планет, Луны, Солнца (на интервале 1660-2200 гг.) и 164 короткопериодических комет (на интервале 1900-2100 гг.).

5. На основе численного эксперимента:

– установлено, что модифицированный метод Эверхарта 27 порядка с шагом интегрирования 6 дней является наиболее эффективным при расчете орбитальной эволюции короткопериодических комет;

– исследована и показана устойчивость применяемого численного метода;

– для ряда комет изучен вопрос о влиянии негравитационных эффектов и найдены значения негравитационных параметров;

– проведено сравнение и классификация короткопериодических комет по значениям элементов орбит;

– проведена оценка точности полученных результатов на основе сопоставления с данными наблюдений и результатами других исследователей, показана их взаимная согласованность.

6. На базе составленных банков данных, разработанных алгоритмов и программ создан новый открытый информационный банк данных – каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. в электронном и печатном вариантах.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А.* Каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. М.: Машиностроение - 1. 2005. 346 с. (личный вклад автора – 173 страницы).
2. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А.* Математическое моделирование и анализ эволюции орбит 25 короткопериодических комет и их сближений с большими планетами // Вестник СамГТУ. Серия: Физико-математические науки. Вып. 16. Самара 2002 С.57-61. (авт. – 3 с.).
3. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Численное интегрирование уравнений движения больших планет (Меркурий-Плутон) и Луны с учетом радиолокационных наблюдений // Вестник СамГТУ. Серия: Физико-математические науки. Вып. 26. Самара. 2004 С.43-47. (авт. – 2 с.).
4. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Оценка точности метода Эверхарта при решении уравнений движения больших планет на интервале времени 10 000 лет // Вестник СамГТУ. Серия: Физико-математические науки. Вып. 30. Самара. 2004. С.108-113. (авт. – 2 с.).
5. *Заусаев А.А.* Разработка каталога короткопериодических комет на интервале времени 1900-2100 годы // Вестник СамГТУ. Серия: Физико-математические науки. Вып. 34. Самара. 2005. С.40-46.
6. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А.* Исследование влияния релятивистских эффектов на эволюцию орбит короткопериодических комет // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды двенадцатой межвузовской конференции. Часть 3. Самара. 2002. С. 55-61. (авт. – 3 с.).
7. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Исследование эффективности метода Эверхарта численного интегрирования уравнений движения больших планет // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды тринадцатой межвузовской конференции. Часть 3. Самара. 2003. С. 70-74. (авт. – 2 с.).
8. *Заусаев А.А.* Исследование вклада релятивистских эффектов в эволюцию короткопериодических комет // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды всероссийской научной конференции. Часть 3. Самара. 2004. С. 116-119.
9. *Заусаев А.А.* Расчет эволюции короткопериодических комет с учетом эффектов специальной теории относительности // Актуальные проблемы современной науки. Труды 5-й Международной конференции молодых ученых. Части 1, 2. Самара. 2004. С. 45-47.

10. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Исследование эффективности метода Эверхарта на примере решения задач небесной механики // Актуальные проблемы математики и механики. Труды математического центра им. Н.И.Лобачевского. Том 25. Казань: КГУ. 2004. С. 122-123. (авт. – 1 с.).
11. *Заусаев А.А.* Исследование устойчивости численного метода Эверхарта при интегрировании уравнений движения короткопериодических комет // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды второй всероссийской научной конференции. Часть 3. Самара. 2005. С. 105-107.
12. *Заусаев А.А.* Электронный каталог орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. // Актуальные проблемы современной науки. Труды 1-го Международного форума молодых ученых. Части 1,2. Самара. 2005. С.113-115.
13. *Заусаев А.А.* Численное интегрирование уравнений движения короткопериодических комет с учетом гравитационных и негравитационных эффектов // Актуальные проблемы современной науки. Тезисы докладов 3-й Международной конференции молодых ученых. Часть 1. Самара. 2002. С.17.
14. *Заусаев А.А.* Использование метода Эверхарта при интегрировании уравнений движения кометы Галлея // Актуальные проблемы современной науки. Тезисы докладов 4-й Международной конференции молодых ученых. Части 1-3. Самара. 2003. С.38.
15. *Заусаев А.А.* Исследование влияния релятивистских эффектов на движение короткопериодических комет // ВАК-2004: Горизонты Вселенной. Тезисы докладов Всероссийской астрономической конференции. Москва: МГУ, ГАИШ. 2004. С.226.
16. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Применение метода Эверхарта 31 порядка для решения уравнений движения больших планет // ВАК-2004: Горизонты Вселенной. Тезисы докладов на Всероссийской астрономической конференции. Москва: МГУ, ГАИШ. 2004. С.209. (авт. – 0.3 с.).
17. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Применение метода Эверхарта 31 порядка для решения уравнений движения различных небесных объектов // Обзорение прикладной и промышленной математики. Том 11. Вып. 3. Москва. 2004. С.636. (авт. – 0.3 с.).
18. *Заусаев А.А.* Влияние релятивистских эффектов на движение короткопериодических комет // Обзорение прикладной и промышленной математики. Том 11. Вып. 3. Москва. 2004. С.637.

19. *Заусаев А.А.* Учет эффектов специальной теории относительности при исследовании эволюции короткопериодических комет // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. Том 11. Вып. 4. Москва. 2004. С.810.
20. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Использование метода Эверхарта для решения уравнений движения больших планет и Луны // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. Том 11. Вып. 4. Москва. 2004. С.810. (авт. – 0.3 с.).
21. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Применение метода Эверхарта высокого порядка к решению задач небесной механики // *Астрономия – 2005: состояние и перспективы развития*. Тезисы докладов международного симпозиума. Труды ГАИШ. Том LXXVIII. Москва: МГУ, ГАИШ. 2005. С.12. (авт. – 0.3 с.).
22. *Заусаев А.А.* Разработка каталога орбитальной эволюции короткопериодических комет // *Астрономия – 2005: состояние и перспективы развития*. Тезисы докладов международного симпозиума. Труды ГАИШ. Том LXXVIII. Москва: МГУ, ГАИШ. 2005. С.12.
23. *Заусаев А.А., Радченко В.П.* О составлении каталога орбитальной эволюции короткопериодических комет с 1900 по 2100 гг. // *Дифференциальные уравнения и их приложения*. Тезисы докладов Всероссийской конференции Самара: СамГУ. 2005. С. 45-46. (авт. – 1 с.).
24. *Заусаев А.Ф., Заусаев А.А., Ольхин А.Г.* Модифицированный метод Эверхарта для решения обыкновенных дифференциальных уравнений // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. Том 12. Вып. 2. Москва. 2005. С.369. (авт. – 0.3 с.).

Подписано в печать 24 октября 2005 г.
Заказ № 420. Тираж 100 экз. Отпечатано на ризографе.
Самарский государственный технический университет.
Отдел типографии и оперативной полиграфии.
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.