

Зотеев Владимир Евгеньевич

**ЛИНЕЙНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ
В ФОРМЕ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ
В ЗАДАЧАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИССИПАТИВНЫХ
МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы
программ»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика и информатика» Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Самарский государственный технический университет»

Научный консультант: – доктор физ.-мат. наук, профессор
Радченко Владимир Павлович

Официальные оппоненты: – доктор физ.-мат. наук, профессор
Жданов Александр Иванович

– доктор технических наук, профессор
Кораблин Михаил Александрович

– доктор технических наук, профессор
Семушин Иннокентий Васильевич

Ведущая организация: Южный федеральный университет,
г. Ростов-на-Дону

Защита диссертации состоится 28 декабря 2009 года в ___ часов на заседании диссертационного совета Д 212.217.03 ГОУ ВПО «Самарский государственный технический университет» по адресу: 443010, г. Самара, ул. Галактионовская, 141, ауд. 28.

Отзывы по данной работе в двух экземплярах, заверенные печатью, просим направлять по адресу: Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244, Главный корпус, на имя ученого секретаря диссертационного совета Д 212.217.03.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Самарского государственного технического университета по адресу: 443100, г. Самара, ул. Первомайская, 18, корп. №1.

Автореферат разослан _____ 2009 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.217.03

Губанов Н.Г.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы.

Важнейшей проблемой в машиностроении является *проблема идентификации* нелинейных диссипативных механических систем в процессе их эксплуатации или прочностных промышленных испытаний. Это объясняется тем, что основным диагностическим признаком технического состояния диссипативной механической системы являются ее динамические характеристики (ДХ), в том числе показатель нелинейности системы. Результаты многочисленных исследований на конкретных примерах подтверждают непосредственную связь между техническим состоянием различного рода механических систем (например, усталостным разрушением материалов, возникновением и развитием микротрещин в деталях, появлением недопустимых люфтов в узлах конструкций, значительным износом контактирующих поверхностей, технологическим браком при сборке и т.п.) и ее динамическими характеристиками.

Решить задачу повышения достоверности и оперативности определения ДХ диссипативной системы можно только на основе *новых математических моделей*, описывающих результаты наблюдений динамического процесса на выходе системы и ориентированных на современный уровень компьютеризации исследований и применение статистических методов обработки экспериментальных данных.

Проблема построения таких моделей неразрывно связана с проблемой адекватности математического описания динамического процесса на выходе колебательной системы. Ее решению посвящены фундаментальные труды выдающихся математиков 18 века Л. Эйлера, Ж. Даламбера, Ж. Лагранжа, заложивших основы математического описания колебательных систем с конечным числом степеней свободы, а также работы ученых советской школы И.И. Артоболевского, А.Н. Боголюбова, В.В. Болотина, Ю.А. Митропольского, Я.Г. Пановко и др. Большой вклад в развитие математического описания распределенных колебательных систем, рассеяние энергии в которых вызвано внутренними процессами в материале, в теорию и практику моделирования вязкоупругого поведения материалов и гистерезисных явлений при циклическом деформировании, внесли ученые Н.Н. Давиденков, Г.С. Писаренко, Е.С. Сорокин, В.Т. Троценко, Я.Г. Пановко и др. Построению математических моделей, описывающих кинетику твердых реологических тел, деформация которых является необратимой и описывается кривой ползучести, посвящены работы профессоров Ю.П. Самарина, В.П. Радченко.

В настоящее время существуют различные подходы и способы определения динамических характеристик механической колебательной системы. Среди них лидирующее место занимают высокоэффективные методы вибродиагностики, ориентированные на применение современных средств и алгоритмов вычислений и обработки информации, например, методы цифрового спектрального анализа, методы корреляционного анализа. Основу этих методов составляют стохастические параметрические модели временных рядов. Разработке и исследованию этих моделей, а также вопросам эффективного оценивания параметров моделей по результатам наблюдений, посвящены работы зарубежных ученых Т.В. Андерсена, Дж. Е. П. Бокса, Г.М. Дженкинса, Д.Г. Ваттса, М.Дж. Кендалла, С.Л. Марпла-мл.,

Р.Л. Кашьяпа, А.Р. Рао, С.М. Кей и др., а также работы В.С. Пугачева, А.И. Жданова, О.А. Коцюба и др.

Однако область применения этих методов функционально ограничена и исключает задачи, в которых основным диагностическим признаком технического состояния механической системы является характеристика рассеяния колебательной энергии, в том числе характеристика нелинейности диссипативной силы. Такие задачи возникают, в частности, при разработке гидравлических амортизаторов, исследованиях конструкционного демпфирования, то есть демпфирования, обусловленного потерями на трение в неподвижных соединениях (прессовых, заклепочных, резьбовых, шлицевых и т.п.), или внутреннего трения в материале при его циклическом деформировании.

Широко применяемые на практике методы определения характеристик рассеяния энергии колебаний различных механических конструкций и демпфирующих свойств материалов совершенно не вписываются в формат современных информационных технологий, применяемых в вибродиагностике. Как правило, эти методы громоздки, нередко требуют графических построений, применяемые алгоритмы вычислений построены на линеаризованных детерминированных моделях и используют минимально необходимое число точек эксперимента при полном отсутствии процедур, связанных со статистической обработкой результатов наблюдений. Попытки преодолеть эти существенные недостатки на основе разностных уравнений можно найти в работах В.А. Кармалита, В.К. Семенычева, А.Н. Тырсина и др. Однако для принципиально нелинейных диссипативных механических систем задача определения их параметров на основе линейно-параметрических дискретных моделей решена до конца не была.

Таким образом, необходимость коренного улучшения качества машиностроительных конструкций требует разработки и применения при диагностике технического состояния большого класса МС новых высокоточных, оперативных методов определения динамических характеристик, в том числе характеристик нелинейности механической системы как диагностического признака ее технического состояния, методов, соответствующих современному уровню компьютеризации и автоматизации исследований динамических процессов в машинах и механизмах. Основой разработки таких методов могут стать стохастические параметрические модели временных рядов, описывающие результаты наблюдений мгновенных значений динамического процесса на выходе системы при типовых тестовых воздействиях.

Объектом исследования диссертации являются нелинейные диссипативные механические системы с одной и несколькими степенями свободы, а также с распределенными параметрами, к которым относятся, например, конструкционные материалы. Рассматриваются системы с диссипативными силами, пропорциональными n - степени скорости движения, в том числе системы с линейно-вязким, турбулентным и кулоновым трением, а также системы с гистерезисным трением.

Предметом исследования являются математические модели, описывающие в форме стохастических разностных уравнений результаты измерений мгновенных значений динамического процесса на выходе диссипативной механической системы, а также численный метод определения динамических характеристик

диссипативной механической системы на основе среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностных уравнений.

Целью диссертационной работы является разработка нового научного подхода к решению проблемы идентификации диссипативных механических систем, в основе которого лежат линейно-параметрические дискретные модели, описывающие в форме разностных уравнений результаты наблюдений динамического процесса на выходе системы.

Для достижения поставленной цели автором были поставлены и решены следующие взаимосвязанные **научные задачи**:

- разработка теоретических основ и принципов построения линейно-параметрических дискретных моделей, описывающих динамические процессы в диссипативных системах;

- формирование класса и систематизация линейно-параметрических дискретных моделей, описывающих в форме стохастических разностных уравнений результаты измерений мгновенных значений колебаний диссипативной механической системы;

- разработка численного метода определения динамических характеристик диссипативных систем на основе среднеквадратичного оценивания коэффициентов стохастического разностного уравнения, позволяющего обеспечить высокую помехозащищенность оценок за счет эффективного использования статистических методов обработки экспериментальных данных;

- анализ и оценка погрешности результатов вычисления динамических характеристик диссипативных систем на основе стохастических разностных уравнений, в том числе исследование устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов разностного уравнения;

- разработка и исследование эффективности структурных методов повышения устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов разностного уравнения;

- разработка программного обеспечения, реализующего устойчивые алгоритмы вычислений динамических характеристик и предназначенного для использования в физических экспериментах.

Научная новизна работы заключается в новизне научного подхода к решению проблемы параметрической идентификации диссипативной механической системы в процессе ее эксплуатации или в различных физических экспериментах.

В работе получены следующие **новые научные результаты**:

- разработан новый научный подход к решению задачи определения динамических характеристик нелинейной диссипативной механической системы;

- разработаны основы теории и техники построения линейно-параметрических моделей, связывающих дискретные значения функциональных зависимостей, описывающих динамические процессы в диссипативных системах;

- построены и систематизированы в зависимости от типа нелинейности системы и вида тестового воздействия линейно-параметрические дискретные модели, *отличающиеся от известных* своей структурой и тем, что коэффициенты этих моделей известным образом связаны с динамическими характеристиками системы;

– разработан численный метод определения динамических характеристик диссипативной системы на основе линейно-параметрических дискретных моделей, *новизна* которого заключается в том, что задача вычисления параметров диссипативной системы сводится к среднеквадратичному оцениванию коэффициентов разностного уравнения;

– разработаны структурные методы повышения устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок, в основе которых лежат модифицированные линейно-параметрические дискретные модели, *отличающиеся* наличием параметра, который позволяет обеспечить высокую устойчивость вычислений;

– построены *новые* линейно-параметрические дискретные модели, описывающие результаты эксперимента при неупругом реологическом деформировании материалов и элементов конструкций, и на их основе разработаны высокоточные алгоритмы определения параметров кривой ползучести для нового класса задач оценки индивидуальной надежности механических систем;

– построены *новые* линейно-параметрические дискретные модели, описывающие в форме разностных уравнений результаты измерений огибающей амплитуд колебаний систем с диссипативными силами, пропорциональными n - степени скорости движения, в том числе систем с кулоновым, линейно-вязким и турбулентным трением, лежащие в основе *новых* численных методов вычисления диссипативных характеристик системы по огибающей амплитуд колебаний;

– разработаны *новые* специализированные устройства для измерения различных диссипативных характеристик (декремента колебаний, показателя затухания) в системах с линейно-вязким, турбулентным и кулоновым трением, *отличающиеся* от аналогов более высокой точностью.

Научная новизна полученных результатов подтверждается пятью авторскими свидетельствами на изобретение.

Научная значимость работы. В диссертации разработан принципиально *новый научный подход* к решению задачи параметрической идентификации диссипативных механических систем, ориентированный на применение современных компьютерных технологий и статистических методов обработки экспериментальных данных и позволяющий решить важную научно-техническую проблему. Основу подхода составляют линейно-параметрические дискретные модели, описывающие в форме разностных уравнений результаты наблюдений, и новый численный метод определения параметров диссипативной системы на основе среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения.

Предлагаемый метод параметрической идентификации на основе разностных уравнений имеет существенно более широкую область применения, чем класс диссипативных механических систем. Он может быть эффективно использован при решении задач параметрической идентификации электрических и электротехнических систем, биологических, химических, экономических систем и т.п.

Практическая ценность работы. Теоретические результаты, полученные в диссертационной работе, являются *методологической базой* для разработки новых линейно-параметрических дискретных моделей, описывающих в форме разностных уравнений результаты измерений динамических и иных процессов на выходе систем различной физической природы. Предлагаемый численный метод определения параметров системы, в основе которого лежит итерационная проце-

дура среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения, позволяет практически обеспечить *максимальную адекватность модели* экспериментальным данным при использовании среднеквадратичного критерия близости.

Объект исследования принадлежит множеству различных по сложности, физической природе, служебному назначению и областям применения механических систем, которое в совокупности может быть описано классом нелинейных диссипативных систем. Например, конструкционные материалы, шарнирные и формально неподвижные соединения, различного рода демпфирующие и амортизирующие устройства, газотурбинные двигатели и их отдельные элементы и т.п. Поэтому область применения нового разработанного математического, алгоритмического и программного обеспечения не ограничена каким-либо одним типом механической конструкции, а охватывает экспериментальные исследования всего многообразия объектов машиностроения: от оценки внутреннего трения конструкционных материалов до диагностики технического состояния ответственных механических устройств и т.п. Разработанный *пакет прикладных программ*, реализующий в среде визуального и объектно-ориентированного языка программирования под управлением операционной системы *Windows* помехозащищенные алгоритмы вычислений динамических характеристик, может быть использован при обработке результатов научно-технических экспериментов и промышленных испытаний систем различной физической природы.

Применение разработанных методов определения параметров механической системы на основе разностных уравнений обеспечивает существенное *повышение точности* вычисления диссипативных характеристик, а, следовательно, и достоверности оценки технического состояния механической системы. При этом по сравнению с известными методами определения параметров диссипативной системы по огибающей амплитуд колебаний или по резонансной кривой точность оценивания повышается в среднем *на порядок*. Применение итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения позволяет за счет устранения смещения уменьшить погрешность оценок по сравнению с известными алгоритмами вычислений *в несколько раз*.

Построенные модели позволяют с высокой точностью оценить показатель нелинейности механической системы, который является важнейшим диагностическим признаком ее технического состояния, что существенно *расширяет функциональные возможности* разработанного метода определения параметров диссипативной системы. Применение линейно-параметрических дискретных моделей обеспечивает высокую *оперативность* получения оценок диссипативных характеристик (за несколько периодов колебаний), что позволяет использовать разработанные алгоритмы в задачах управления в режиме реального времени (*online*).

Таким образом, научные результаты, представленные в работе, позволяют коренным образом изменить способы вычисления диссипативных характеристик при оценке технического состояния механической системы за счет внедрения в практику вибродиагностики диссипативных систем современных компьютерных технологий и статистических методов обработки экспериментальных данных. Экономический эффект от внедрения программного обеспечения, реализующего разработанные алгоритмы вычислений, достигается за счет повышения *быстро-*

действия и достоверности оценивания технического состояния механической системы в процессе ее эксплуатации или промышленных испытаний.

Основные положения, выносимые на защиту:

– теоретические основы и принципы построения линейно-параметрических дискретных моделей, описывающих динамические процессы в диссипативных и иных физических системах;

– линейно-параметрические дискретные модели, описывающие в форме стохастических разностных уравнений результаты измерений мгновенных значений колебаний диссипативных механических систем при различных показателях нелинейности, в том числе систем с кулоновым, линейно-вязким и турбулентным трением, а также систем с гистерезисным трением;

– новые структурные соотношения во временной области между ординатами колебаний, коэффициентами разностного уравнения и динамическими характеристиками нелинейной диссипативной системы;

– численный метод определения динамических характеристик диссипативной системы на основе линейно-параметрических дискретных моделей, описывающих в форме стохастических разностных уравнений результаты измерений динамического процесса на выходе системы;

– структурные методы повышения устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов разностного уравнения;

– численный метод определения параметров кривой ползучести, в основе которого лежат линейно-параметрические дискретные модели, описывающие результаты эксперимента при неупругом реологическом деформировании материалов и элементов конструкций;

– линейно-параметрические дискретные модели, описывающие в форме разностных уравнений результаты измерений огибающей амплитуд колебаний и численный метод определения диссипативных характеристик на их основе.

Методы исследований. Для решения поставленных задач использовался системный подход к решаемой проблеме, в том числе методы математического и функционального анализа, аналитические и численные методы линейной алгебры, методы прикладного регрессионного анализа, статистические методы обработки результатов эксперимента, а также методы решения некорректных задач и методы, использующие z -преобразования. С целью верификации теоретических результатов широко использовались методы численного и компьютерного моделирования.

Достоверность и обоснованность полученных в диссертационной работе научных результатов, выводов и рекомендаций обеспечивается корректным использованием применяемого математического аппарата и вводимых при проведении расчетов и моделировании допущений и гипотез, сравнением данных численного расчета с известными аналитическими методами для подтверждения точности результатов вычислений, численно-аналитическими экспериментами исследования адекватности моделей, численными экспериментами исследования устойчивости вычислений и анализа помехозащищенности моделей. Справедливость выводов относительно адекватности построенных математических моделей, достоверности, работоспособности и эффективности предложенных алгоритмов вы-

числений подтверждена результатами промышленных и научно-технических экспериментов.

Реализация результатов исследований.

Полученные в работе теоретические положения и практические результаты использованы:

– при выполнении научно-исследовательской работы (НИР) «Разработка аналитических методов решения двумерных стохастических краевых задач установившейся ползучести», проводимой в СамГТУ по заданию Федерального агентства по образованию (Рособразование) (НИР №521/08);

– при выполнении аналитической ведомственной программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)», РНП 2.1.1/745;

– при выполнении НИР «Разработка методов и средств оценки состояния деталей машин, остаточного ресурса и технологических процессов формоизменения», проводимой в КПТИ (отчет по НИР номер гос. регистрации 01.9.20.005773, Куйбышев, 1991);

– при выполнении НИР «Программное и приборное обеспечение прогнозирования и технологические методы предотвращения отказов», проводимой в КПТИ (отчет по НИР номер гос. регистрации 01880016028, Куйбышев, 1990);

– при выполнении НИР «Разработка методов и программ оперативного определения динамических характеристик лопаток в прочностных испытаниях», проводимой для Куйбышевского моторного завода НПО «Труд» (х. д. №43/88, Куйбышев, 1990);

– при выполнении НИР «Доработка и передача алгоритмов и программ измерения параметров экспоненциально-синусных импульсных сигналов», проводимой в составе темы «СНОП-К» для предприятия п/я Р-6856 (договор на передачу научно-технических достижений 13П-86, Вильнюс, 1986);

– при выполнении НИР «Разработка методов и средств диагностирования силовых элементов ВПУ. Разработка методов диагностирования ВПУ для эксплуатации по техническому состоянию», проводимой в КПТИ (отчет по НИР номер гос. регистрации 01830060143, Куйбышев, 1985);

– в учебном процессе Самарского государственного технического университета при подготовке студентов специальности 01.05.01 «Прикладная математика и информатика» в лекционных курсах по дисциплинам «Численные методы» и «Прикладной регрессионный анализ», а также в курсовых и выпускных квалификационных работах.

Реализация результатов научных исследований подтверждается справками и актами внедрения, представленными в приложении к диссертации.

Апробация работы. Основные научные положения и результаты диссертационной работы были представлены и обсуждались на Всесоюзных, Российских и Международных конференциях, симпозиумах, конгрессе и съезде, в том числе: Шестой Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2009; IV Всероссийской научно-технической конференции «Ресурс и диагностика материалов и конструкций» – Екатеринбург, 2009; Седьмой Международной конференции «Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов» – Ульяновск,

2009; Пятой Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2008; V Всероссийской конференции «Механика микронеоднородных материалов и разрушение» – Екатеринбург, 2008; XVI Всероссийской конференции молодых ученых «Математическое моделирование в естественных науках» – Пермь, 2007; Восьмом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике – Сочи, 2007; XVIII сессии Международной школы по моделям механики сплошной среды Международной конференции) – Саратов, 2007; Четвертой Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2007; Международном конгрессе «Нелинейный динамический анализ» – Санкт-Петербург, 2007; Научной конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения» – Самара, 2007; Седьмом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике – Йошкар-Ола, 2006; Научно-технической конференции с международным участием «Перспективные информационные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении (ПИТ-2006)» – Самара, 2006; Всероссийской научной конференции «Математика. Механика. Информатика» – Челябинск, 2006; Третьей Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2006; IX Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике – Нижний Новгород, 2006; Шестом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике – Санкт-Петербург, 2005; Второй Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2005; Пятом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике – Сочи, 2004; Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2004; Четвертом Всероссийском симпозиуме по прикладной и промышленной математике – Сочи, 2003; Тринадцатой Межвузовской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2003; Десятой Межвузовской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 2000; Девятой Межвузовской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 1999; Восьмой Межвузовской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 1998; Седьмой Межвузовской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 1997; Шестой Межвузовской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 1996; Конференции ученых России и стран Европы «Надежность механических систем» – Самара, 1995; Пятой Межвузовской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи» – Самара, 1995; Семинаре «Новые методы и средства виброакустических исследований и диагностики» – Ленинград, 1990; Первой Всесоюзной школе-конференции «Математическое моделирование в машиностроении» – Куйбышев, 1990; Всесоюзной научно-технической конференции «Применение вычислительной техники и математических методов в научных исследованиях» – Севастополь, 1990; Всесоюзной научно-технической конференции «Повышение качества и надежности продукции, программного обеспечения ЭВМ и технических средств обучения» – Куйбышев, 1989; Всесоюзной научно-технической конференции «Эксплуатационная надежность машин, роботов и модулей гибких производственных систем» – Свердловск, 1987; X Всесоюзной научно-

технической конференции «Конструкционная прочность двигателей» – Куйбышев, 1985.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 113 научных работах, в том числе в 1 монографии, 36 научных работах, опубликованных в периодических научных изданиях, рекомендованных ВАК России для опубликования результатов докторских диссертаций, в 46 статьях, 25 тезисах докладов и 5 авторских свидетельствах на изобретение.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, приложений и списка использованных источников, содержащего 206 наименований. Основная часть диссертационной работы содержит 400 страниц машинописного текста, включающего 126 рисунков и 52 таблиц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, формулируются цель и основные задачи работы, кратко характеризуются научная новизна и практическая ценность полученных результатов, приводятся основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе проводится обзор известного математического описания колебаний диссипативных механических систем, рассматриваются их динамические характеристики, анализируются известные методы определения динамических характеристик и на основе систематизации результатов анализа формулируются научно-техническая проблема, цель и задачи диссертации. Указываются пути решения этих задач в рамках последовательной реализации основных этапов схемы математического моделирования и на основе современных компьютерных технологий.

В п. 1.1 кратко описываются известные математические модели колебаний диссипативных механических систем, в основе построения которых лежит общее уравнение динамики Даламбера-Эйлера, представляющее в дифференциальной форме вариационный принцип механики. При математическом описании колебательных систем обычно используется совокупность уравнений Лагранжа, выражающих интегральный принцип аналитической механики (принцип Гамильтона). С учетом диссипативных сил уравнения Лагранжа можно представить в виде

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial (T - U)}{\partial q_j} = Q_j, \quad j = 1, 2, \mathbf{K}, s, \text{ где } T(q_1', q_2', \mathbf{K}, q_s')$$

и $U(q_1, q_2, \mathbf{K}, q_s)$ – кинетическая и потенциальная энергии системы; $F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^s b_{ik} \dot{q}_i \dot{q}_k$ – диссипативная функция Релея;

$Q_j(q_1, q_2, \mathbf{K}, q_s, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \mathbf{K}, \dot{q}_s, t)$ – обобщенные силы (коэффициенты при вариациях обобщенных координат в выражении для виртуальной работы); $q_j(t)$ и $\dot{q}_j(t)$ – обобщенные координаты и скорости системы; s – число степеней свободы.

В основе построения математических моделей, описывающих колебания нелинейных диссипативных систем с *конечным числом степеней* свободы лежит матричное дифференциальное уравнение относительно обобщенных координат

$$M_{s \times s} \ddot{\mathbf{r}} + \dot{R}(\dot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{r}}') + C_{s \times s} \dot{\mathbf{r}} = \dot{P}(t),$$

где $M_{s \times s}$ и $C_{s \times s}$ – матрицы коэффициентов инерции и упругости; $\dot{R}(\dot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{r}}') = \{r_j(\dot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{r}}')\}$, $j = 1, 2, \dots, s$, – вектор-функция диссипативных сил; $\dot{\mathbf{r}}$ и \dot{P} – вектора размерностью s обобщенных координат и внешних возмущающих сил, соответственно; s – число степеней свободы системы. При математическом описании *распределенных* диссипативных колебательных систем используются аналогичные матричные дифференциальные уравнения в частных производных, содержащие диссипативный оператор, вид которого существенно зависит от модели силы трения, действующей в системе.

При малой диссипации энергии колебаний механическая система является квазилинейной и при выполнении соответствующих условий можно принять гипотезу Базеля, т.е. пренебречь диссипативными связями между собственными формами и считать диссипативную матрицу диагональной. Это означает, что при указанных ограничениях математическая модель диссипативной механической системы может быть представлена системой скалярных, нелинейных в общем случае, дифференциальных уравнений вида $m\ddot{y}(t) + r[y(t), y'(t)] + cy(t) = P(t)$, где m и c – масса и коэффициент жесткости; $cy(t)$ – линейная сила упругости (восстанавливающая сила); $r[y(t), y'(t)]$ – внутренняя, в общем случае нелинейная, диссипативная сила (сила трения), обуславливающая рассеяние энергии колебаний на данной собственной частоте; $P(t)$ – внешнее возбуждающее воздействие.

В зависимости от природы диссипативных сил (внутреннее трение в материале, конструкционное трение в опорах, шарнирах, сочленениях, силы сопротивления жидкой и газообразной среды, силы, возникающие с нагружением поглотителей энергии и т.п.) различают *частотно-зависимое* и *гистерезисное* трение. При частотно-зависимом трении (например, в различных демпфирующих устройствах), как правило, полагают, что диссипативные силы пропорциональны n -ной степени скорости движения: $r[y(t), y'(t)] = by'(t)|y'(t)|^{n-1}$, а дифференциальное уравнение, описывающее движение таких систем, имеет вид:

$$m\ddot{y}(t) + by'(t)|y'(t)|^{n-1} + cy(t) = P(t). \quad (1)$$

При $n = 0, 1$ и 2 имеем уравнения, описывающие важнейшие для практики частные случаи движения систем с кулоновым (сухим), линейно-вязким и турбулентным (гидродинамическим) трением. При описании закона изменения силы гистерезисного трения $r(y)$ в режиме свободных или вынужденных гармонических колебаний системы обычно отдают предпочтение эллиптической форме петли гистерезиса: $r(y) = \text{sign}y'(t) \cdot \frac{b}{p} a^n \sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}}$. Решения соответствующих дифференциальных уравнений обычно строят методом энергетического баланса или на основе асимптотических разложений по малому параметру. В частности, известное приближенное решение уравнения (1) при $P(t) = 0$, описывающее свободные колебания нелинейной диссипативной механической системы с силой трения,

пропорциональной n -ной степени скорости движения, имеет вид:

$$y(t) = \frac{a_0}{\sqrt[n-1]{1 + (n-1)\frac{bw}{2pc}a_0^{n-1}t}} \cos(\omega t + \gamma_0). \quad (2)$$

В этом же разделе первой главы описываются основные динамические характеристики диссипативной системы, которые могут служить диагностическим признаком ее технического состояния, а также известные методы определения параметров диссипативных систем по результатам наблюдений, полученным в процессе эксплуатации системы или прочностных промышленных испытаний.

В п. 1.2 проводится анализ эффективности применения в задачах параметрической идентификации нелинейных диссипативных систем методов на основе стохастических разностных уравнений. По результатам проведенных исследований делаются выводы и отмечается основной принципиальный недостаток этих методов, который заключается в использовании линеаризованных моделей механической системы. Это является источником значительной систематической погрешности в оценках динамических характеристик, связанной с неадекватностью модели, что для систем с сильной нелинейностью вообще не допустимо. Более того, существенно ограничивается область применения этих методов, т.к. они не позволяют оценить степень нелинейности действующих в системе сил трения, то есть практически бесполезны при оценке одного из основных диагностических признаков технического состояния диссипативной системы.

В п. 1.3 рассматриваются перспективы решения задачи повышения помехоустойчивости и расширения функциональных возможностей методов оценки параметров диссипативных систем на основе линейно-параметрических дискретных моделей. Пути решения поставленной задачи конкретизированы с помощью схемы методологической обеспеченности экспериментальных исследований, в основу которой положена систематизация математических моделей по форме их представления, режимам функционирования и природе сил трения. Завершая анализ возможных путей решения поставленной задачи, выделяются основные этапы в разработке новых методов определения параметров нелинейных диссипативных систем на основе линейно-параметрических дискретных моделей (рис. 1).

Вторая глава посвящена построению линейно-параметрических дискретных моделей (ЛПДМ), связывающих в виде рекуррентной формулы последовательность нескольких дискретных значений функциональной зависимости, описывающей колебаний диссипативной механической системы при различных законах силы трения и типовых тестовых воздействиях. С этой целью в данной главе разрабатывается математическое описание динамических процессов в нелинейных диссипативных системах при типовых тестовых воздействиях из класса монотонных функций; строятся математические модели огибающей амплитуд колебаний нелинейных диссипативных систем; рассматриваются математические основы и принципы построения линейно-параметрических дискретных моделей; формируется класс линейно-параметрических дискретных моделей, систематизированных в зависимости от типа диссипативной силы, режима функционирования системы (типового тестового воздействия) и функций, аппроксимирующих тренд.



Рисунок 1 – Схема решения задачи параметрической идентификации диссипативных механических систем на основе разностных уравнений в формате триады: математическое моделирование–численные методы–комплексы программ

В п. 2.1 описываются различные типовые тестовые воздействия, используемые в практике эксперимента; строится модель гистерезисной силы трения при колебаниях с аддитивной монотонной составляющей. На основе метода энергетического баланса построены решения квазилинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамический процесс в системах с диссипативной силой, пропорциональной n -ной степени скорости движения, и систем с гистерезисным трением при воздействиях $P(t)$ из класса монотонных функций. Так для систем с частотно-зависимым трением решение имеет вид

$$y(t) = \frac{a_0}{\sqrt[n-1]{1 + (n-1)\frac{d_0}{T}t}} \cos(\omega t + y_0) + \frac{P(t)}{c} - \frac{b}{c^{n+1}} \text{sign}P'(t) |P'(t)|^n,$$

где декремент колебаний, соответствующий нулевому моменту времени, описывается формулой $d_0 = \frac{b\omega^n}{c} J(n, a) a_0^{n-1}$, $J(n, a) = \int_0^{2p} |-\sin j + a|^{n+1} dj - 2p|a|^{n+1}$, $a = \frac{P'_t}{c a_0 \omega}$.

Построены функции, описывающие при типовых тестовых воздействиях динамические процессы в системах с кулоновым, линейно вязким и турбулентным трением, как частных случаев диссипативных систем с частотно-зависимым трением.

Установлено, что при частотно-независимом трении гистерезисные явления проявляются при выполнении соотношения $\left| \frac{P'_t}{c a_0 \omega} \right| \leq 1$ между динамическими параметрами системы и входного воздействия, а динамический процесс описывается функцией

$$y(t) = \frac{a_0}{\sqrt[n-1]{1 + (n-1)a_0^{n-1} \frac{b\omega J_\Gamma(n, a)}{2p^2 c} t}} \cos(\omega t + y_0) + \frac{P(t)}{c}, \quad \text{где}$$

$$J_\Gamma(n, a) = p(1 - a^2)^{n/2} \left(\sqrt{1 - a^2} + \arcsin a \right), \quad a = \frac{P'_t}{c a_0 \omega}.$$

Полученные зависимости для решений, декремента колебаний и функций $J(n, a)$ и $J_\Gamma(n, a)$ обобщают известные формулы для режима свободных колебаний. Приближенные решения уравнений являются равномерно пригодными асимптотическими разложениями первого порядка. Проведенные численно-аналитические исследования показали, что погрешность полученных решений, даже при относительно высокой степени диссипации, составляет доли процента в широком диапазоне изменения параметров системы и входного воздействия.

В п. 2.2 построены и исследованы математические модели огибающей амплитуд колебаний нелинейных диссипативных систем. В связи с этим для систем с диссипативными силами, пропорциональными n - степени скорости движения, и систем с гистерезисным трением решена задача аппроксимации огибающей амплитуд колебаний дробно-рациональной и экспоненциальной функциями. Исследованы погрешности для различных аппроксимирующих функций, получены соотношения, определяющие временной интервал $t_{кр}$, в течение которого каждая

модель с заданной погрешностью $\Delta_{зад}$ описывает огибающую амплитуд. В частности, при использовании в качестве огибающей амплитуд колебаний функции

вида $a(t) = \frac{a_0}{1 + \frac{d_0 t}{T} + \left(1 - \frac{n}{2}\right) \left(\frac{d_0 t}{T}\right)^2}$ в соответствующей области определения име-

ет место соотношение $t_{кр} \leq \sqrt{\frac{8\Delta_{зад}}{(2-n)(3-2n)}} \frac{p}{wd_0}$. Построены области адекватно-

го (для погрешностей 1%, 3%, 5%) приближения функции огибающей амплитуд колебаний различными моделями в форме дробно – рациональных или экспоненциальных функций.

В п. 2.3 рассматриваются математические основы и принципы построения линейно-параметрических дискретных моделей динамических процессов. Выделяются два различных подхода к решению задачи формирования линейно-параметрической дискретной модели, описывающей последовательность дискретных значений некоторой нелинейной зависимости. В основе первого подхода лежат обобщенные многочлены $\Phi(t)$ по системе линейно независимых функций

$j_i(t)$, обладающие свойством $\Phi(t+t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) j_i(t)$, где $\{a_i(t)\}$, $i = \overline{1, n}$, – не-

которая система линейно независимых функций. Сформулирована и доказана теорема о необходимом условии, вытекающем из существования таких функций.

На основе обобщенных многочленов формируется класс H непрерывных в области определения функций вида $f(t) = \frac{\Phi(t)}{\Psi(t)}$, где $\Phi(t)$ и $\Psi(t)$ – обобщенные

многочлены, обладающие указанным свойством. Рассматриваются примеры таких функций; формулируется и доказывается теорема о свойствах функций этого класса.

Описанные функции из класса H позволяют свести задачу построения линейно-параметрических дискретных моделей к относительно простой задаче линейной алгебры: решению систем линейных алгебраических уравнений. Рассматриваются различные формулировки и способы решения такой задачи в матричной форме.

В основе второго подхода к построению линейно-параметрических дискретных моделей колебаний диссипативных механических систем лежит z -преобразование и теорема, доказательство которой представлено в работе.

Теорема 1 (достаточное условие линейности дискретной модели).

Пусть функция $y(t): D(y) = \{t \in R : t \geq 0\}$ представима в виде $y(t) = a(t) \cdot \cos(wt + y)$, где $a(t) > 0$, $w > 0$, $y \in R$.

Тогда для формирования линейно-параметрической дискретной модели вида

$$\sum_{r=1}^R I_r f_r(k, y_k, y_{k-1}, \mathbf{K}, y_{k-N}) = f_{R+1}(k, y_k, y_{k-1}, \mathbf{K}, y_{k-N}),$$

где $f_r(k, y_k, y_{k-1}, \mathbf{K}, y_{k-N})$, $r = \overline{1, R+1}$ – действительные рациональные функции своих аргументов, достаточно, чтобы мультипликативная компонента $a(t)$ описывалась функцией вида $a(t) = \frac{P_m(t)e^{-at}}{Q_n(t)}$, где $\frac{P_m(t)}{Q_n(t)}$ – дробно-рациональная функция ($m < n$), не имеющая нулей на промежутке $t \in (0, +\infty)$ и полюсов на промежутке $t \in [0, +\infty)$.

Разработан алгоритм построения линейно-параметрических дискретных моделей, включающий в себя переход от нелинейных по параметрам функций к их дискретным аналогам, применение z -преобразования, ряд эквивалентных преобразований в пространстве изображений и последующий возврат в пространство оригиналов. Рассмотрены и систематизированы различные подходы к построению ЛПДМ в зависимости от априорной информации о функции $F(t)$, описывающей монотонную составляющую, ее параметрах, частоте колебаний, от условий проведения физического эксперимента. В частности, при наиболее общем подходе, использующем полиномиальную аппроксимацию монотонной составляющей и позволяющем находить ее параметры, линейно-параметрические дискретные модели имеют вид

$$I_0 y_{k-1} - \sum_{j=1}^m I_j \left[k^j y_k + (k-2)^j y_{k-2} \right] + \sum_{j=1}^m I_{m+j} (k-1)^j y_{k-1} + \sum_{j=0}^{m+n} q_j k^j = y_k + y_{k-2}.$$

Ее коэффициенты описываются формулами $I_0 = 2 \cos \omega t$, $I_j = b_j$, $I_{m+j} = I_0 I_j$, $j = \overline{1, m}$, $q_j = -g_j + \sum_{i=0}^{n+m-j} (-1)^{i+2j+1} C_{i+j}^i (2^i - I_0) g_{i+j}$, $j = \overline{0, n+m}$, а переменные g_j являются коэффициентами многочлена $G_{n+m}(k) = \sum_{j=0}^{n+m} g_j k^j = \sum_{j=0}^m b_j k^j \sum_{i=0}^n f_i k^i$.

Другой подход, при котором не требуется идентификации тренда в уравнении колебаний, позволяет построить модели вида

$$I_0 \sum_{i=0}^l (-1)^i C_l^i y_{k-(i+1)} - \sum_{j=1}^m I_j \left(\sum_{i=0}^{l+2} (-1)^i (C_l^i + C_l^{i-2}) (k-i)^j y_{k-i} \right) + \sum_{j=1}^m I_{m+j} \left(\sum_{i=0}^l (-1)^i C_l^i [k-(i+1)]^j y_{k-(i+1)} \right) = \sum_{i=0}^{l+2} (-1)^i (C_l^i + C_l^{i-2}) y_{k-i},$$

где $C_l^i = 0$ при $i < 0$ и $i > l$; $I_0 = 2 \cos \omega t$, $I_j = b_j$, $I_{m+j} = I_0 I_j$, $j = \overline{1, m}$.

Рассмотрен также подход, в основе которого лежит использование изображения дискретной функции тренда $Z\{F(tk)\}$ в виде рациональной дроби, приводящий к разностным уравнениям вида

$$I_0 y_{k-1} - \sum_{j=1}^m I_j \left[k^j y_k + (k-2)^j y_{k-2} \right] - \sum_{i=1}^l I_{m+i} \left[y_{k-i} + y_{k-(i+2)} \right] - \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m I_{l+im+j} \left[(k-i)^j y_{k-i} + (k-i-2)^j y_{k-(i+2)} \right] + \sum_{i=1}^l I_{l+(l+1)m+i} y_{k-(i+1)} +$$

$$+\sum_{i=0}^l \sum_{j=1}^m I_{(l+1)m+2l+im+j} [k-(i+1)]^j y_{k-(i+1)} = y_k + y_{k-2}, \quad k \geq l+2,$$

$$\text{где } \begin{cases} I_0 = 2 \cos wt; & I_j = b_j, & j = \overline{1, m}; & I_{m+i} = q_i, & i = \overline{1, l}; \\ I_{l+im+j} = b_j q_i, & i = \overline{1, l}, & j = \overline{1, m}; & I_{l+(l+1)m+i} = I_0 q_i, & i = \overline{1, l}; \\ I_{(l+1)m+2l+im+j} = I_0 b_j q_i, & i = \overline{0, l}, & j = \overline{1, m}. \end{cases}$$

Всего рассмотрено около десяти различных подходов к решению задачи построения линейно-параметрических дискретных моделей, представлены соответствующие им разностные уравнения, приведены формулы, связывающие коэффициенты ЛПДМ с параметрами нелинейных функциональных зависимостей.

В п. 2.4 на основе разработанных подходов к построению разностных уравнений формируется и описывается класс линейно-параметрических дискретных моделей (более тридцати моделей) колебаний механических систем с диссипативными силами, пропорциональными n - степени скорости движения, в том числе, систем с линейно-вязким, турбулентным и кулоновым трением, а также систем с гистерезисным трением. Построенные модели систематизированы в зависимости от типа силы трения, входного типового тестового воздействия, вида аппроксимации монотонной составляющей, априорной информации о частоте колебаний системы. Получены соотношения, связывающие коэффициенты построенных линейно-параметрических дискретных моделей с динамическими характеристиками системы, в том числе с показателем нелинейности, а также с начальными амплитудой и фазой колебаний.

В частности, временная последовательность мгновенных значений свободных колебаний систем с линейно-вязким, турбулентным, кулоновым трением и систем с диссипативными силами общего вида соответственно описывается следующими разностными уравнениями:

$$y_k = I_1 y_{k-1} - I_2 y_{k-2}, \quad k \geq 2, \quad \text{где } I_1 = 2 \exp\left(-\frac{d_0 t}{T}\right) \cos wt, \quad I_2 = \exp\left(-\frac{2dt}{T}\right);$$

$$y_k + y_{k-2} = I_0 y_{k-1} - I_1 [k y_k + (k-2) y_{k-2}] + I_2 (k-1) y_{k-1}, \quad k \geq 2,$$

$$\text{где } I_0 = 2 \cos wt, \quad I_1 = \frac{d_0 t}{T}, \quad I_2 = I_0 I_1;$$

$$y_k + y_{k-2} = I_0 y_{k-1} + I_1 [(2k-3) y_k + (2k-1) y_{k-2}] - I_2 [(k-1)(k-2) y_k + k(k-1) y_{k-2}] - I_3 (k-1) y_{k-1} + I_4 k(k-2) y_{k-1}, \quad k \geq 2,$$

$$\text{где } I_0 = 2 \cos wt, \quad I_1 = \frac{d_0 t}{T}, \quad I_2 = I_1^2, \quad I_3 = 2 I_0 I_1, \quad I_4 = I_0 I_1^2;$$

$$y_k + y_{k-2} = I_0 y_{k-1} - I_1 [k y_k + (k-2) y_{k-2}] - I_2 [k^2 y_k + (k-2)^2 y_{k-2}] + I_3 (k-1) y_{k-1} + I_4 (k-1)^2 y_{k-1}, \quad k \geq 2,$$

$$\text{где } I_0 = 2 \cos wt, \quad I_1 = \frac{d_0 t}{T}, \quad I_2 = \left(1 - \frac{n}{2}\right) \left(\frac{d_0 t}{T}\right)^2, \quad I_3 = I_0 I_1, \quad I_4 = I_0 I_2.$$

Построенные линейно-параметрические дискретные модели позволяют определять степень нелинейности диссипативной системы и, тем самым, решать задачу классификации широкого класса нелинейных систем при нестационарных режимах колебаний.

Третья глава посвящена разработке и исследованию численных методов определения параметров диссипативной системы на основе стохастических разностных уравнений. В этой главе описывается алгоритм нового численного метода определения динамических характеристик диссипативной механической системы; формируются и систематизируются в зависимости от типа диссипативной силы и вида типового тестового воздействия стохастические разностные уравнения, описывающие результаты измерений мгновенных значений колебаний системы; проводится анализ эффективности различных статистических методов оценивания коэффициентов разностного уравнения; рассматривается итерационная процедура среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения; исследуется сходимость итерационной процедуры и статистические свойства среднеквадратичных оценок, полученных при ее использовании.

В п. 3.1 рассматривается алгоритм численного метода определения динамических характеристик диссипативных механических систем на основе линейно-параметрических дискретных моделей. Основным содержанием метода является сведение нелинейной задачи вычисления динамических характеристик к задаче прикладного линейного регрессионного анализа, эффективное решение которой обеспечивается применением известных статистических методов идентификации

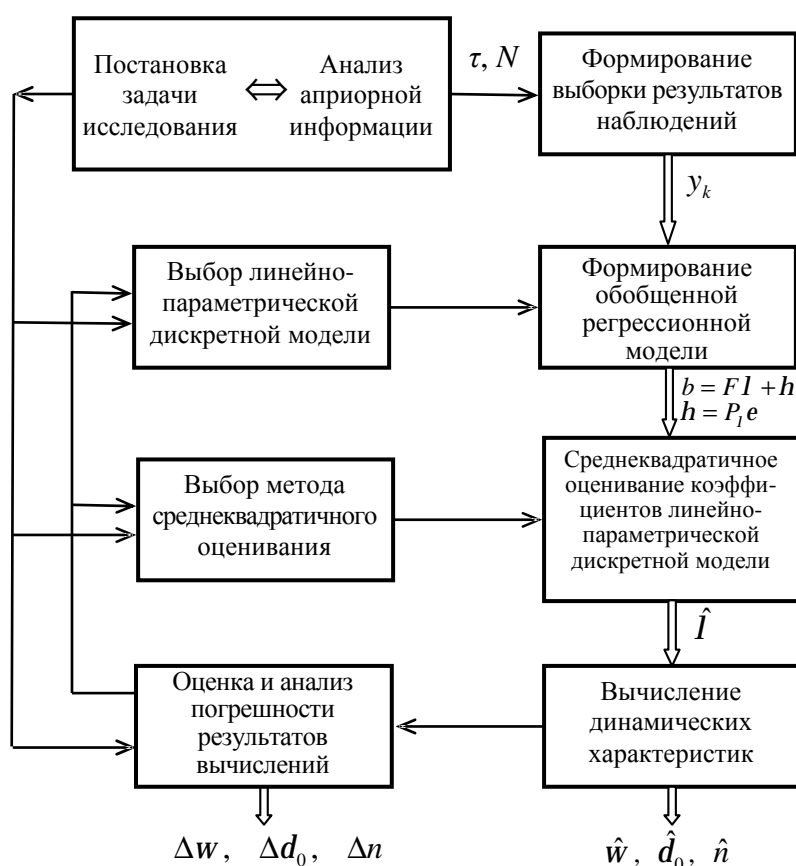


Рисунок 2 – Схема численного метода определения динамических характеристик диссипативных систем на основе линейно-параметрических дискретных моделей

динамических систем. Схема алгоритма численного метода представлена на рис. 2. Проведен анализ основных этапов численного метода. Для каждого этапа определен круг вопросов, связанных с обеспечением заданной точности оценок динамических характеристик.

Одним из важнейших этапов численного метода является формирование обобщенной регрессионной модели, в основе которой лежат стохастические разностные уравнения, описывающие результаты эксперимента. Эти уравнения строятся на базе линейно-параметрических дискретных моделей с уче-

том в результатах наблюдений $y_k = \mathcal{Y}_k + e_k$ аддитивной случайной помехи e_k , природа которой интегрирована и может иметь различную интерпретацию от погрешности средств измерений и каналов обработки информации до неадекватности математического описания, используемого при моделировании динамических процессов в диссипативной механической системе.

В большинстве случаев линейно-параметрическую дискретную модель колебаний диссипативной системы можно описать разностным уравнением вида

$$I_1 \sum_{p=0}^{l_1 \leq l-1} c_{p1}(k) \mathcal{Y}_{k-p} + I_2 \sum_{p=0}^{l_2 \leq l-1} c_{p2}(k) \mathcal{Y}_{k-p} + \mathbf{K} + I_r \sum_{p=0}^{l_r \leq l-1} c_{pr}(k) \mathcal{Y}_{k-p} = \sum_{p=0}^{l_b \leq l-1} c_{pb}(k) \mathcal{Y}_{k-p}, \quad k \geq l-1, \quad (3)$$

где \mathcal{Y}_k , $k = 0, 1, 2, \mathbf{K}$, – теоретические (точные) значения динамического процесса в системе; l – число последовательных отсчетов $y_k, y_{k-1}, \mathbf{K}, y_{k-l+1}$, используемых в разностном уравнении (обычно $l = 3$). Коэффициенты $c_{pj}(k)$ и $c_{pb}(k)$ в общем случае могут явно зависеть (не обязательно линейно) от номера отсчета $k \geq l-1$.

С учетом аддитивной случайной помехи e_k в результатах наблюдений $y_k = \mathcal{Y}_k + e_k$ детерминированная модель (3) принимает вид линейной обобщенной регрессионной модели, которая описывается совокупностью стохастических разностных уравнений

$$\begin{aligned} y_0 &= I_{r+1} + e_0, & y_1 &= I_{r+2} + e_1, & y_2 &= I_{r+3} + e_2 \dots, & y_{l-2} &= I_{r+l-1} + e_{l-2}, \\ d_k &= I_1 g_{k1} + I_2 g_{k2} + \mathbf{K} + I_r g_{kr} + x_k, & g_{kj} &= \sum_{p=0}^{l_j \leq l-1} c_{pj}(k) y_{k+l-2-p}, & k &= 1, 2, \mathbf{K}, N-l+1, \\ d_k &= \sum_{p=0}^{l_d \leq l-1} c_{pd}(k) y_{k+l-2-p}, & x_k &= q_{k1} e_{k-1} + q_{k2} e_k + \mathbf{K} + q_{kl} e_{k+l-2} = \sum_{j=1}^l q_{kj} e_{k-2+j}, \\ q_{kj} &= c_{l-j,d}(k) - \sum_{q=1}^r I_q c_{l-j,q}(k), & k &= 1, 2, \mathbf{K}, N-l+1, \end{aligned} \quad (4)$$

где N – объем выборки результатов наблюдений.

В матричной форме обобщенная регрессионная модель, сформированная на основе стохастических разностных уравнений, описывающих результаты измерений мгновенных значений динамического процесса в системе, принимает вид

$$b = F l + h, \quad (5)$$

$$h = P_1 e. \quad (6)$$

Здесь $F = \begin{bmatrix} 0 & E \\ G & 0 \end{bmatrix}$ – матрица размера $N \times n$, имеющая блочную структуру;

E – единичная матрица размера $(l-1) \times (l-1)$; G – матрица размера $(N-l+1) \times r$, элементы которой формируются на основе соответствующей ЛПДМ; $l = (I_1, I_2, \mathbf{K}, I_r, I_{r+1}, \mathbf{K}, I_{r+l-1})^T$ – n -мерный вектор неизвестных коэффициентов; $b = (y_0, y_1, \mathbf{K}, y_{l-2} \mid d^T)^T$ – N -мерный вектор свободных членов обобщенной регрессионной модели, первые $l-1$ элементы которого совпадают с первыми $l-1$ членами выборки результатов наблюдений, а следующие $(N-l+1)$, образующие

вектор d , вычисляются на основе соответствующей ЛПДМ. Вектор $h = (e_0, e_1, \mathbf{K}, e_{l-2} \mid x^T)^T$ – N -мерный вектор случайного эквивалентного возмущения в модели (5). Первые $l-1$ элементов этого вектора совпадают с первыми $l-1$ элементами вектора $e = (e_0, e_1, \mathbf{K}, e_N)^T$. Остальные элементы вектора h , составляющие вектор x размера $(N-l+1)$, могут быть найдены с учетом формул

(4). Матрица $P_l = \begin{bmatrix} E \mid 0 \\ \hline Q \end{bmatrix}$ линейного преобразования вектора e случайной поме-

хи в результатах наблюдений имеет размер $N \times N$ и блочную структуру: E – единичная матрица размера $(l-1) \times (l-1)$; Q – ленточная матрица размера $(N-l+1) \times N$, элементы которой описываются формулами (4).

В п. 3.2 рассматривается построение стохастического разностного уравнения общего вида, описывающего результаты измерений мгновенных значений динамического процесса в нелинейной диссипативной системе при типовых тестовых воздействиях, в том числе ее свободных колебаний. Представлены формулы, описывающие элементы матрицы F и вектора b для соответствующей обобщенной регрессионной модели (5), а также элементы матрицы P_l линейного преобразования вектора случайной помехи в результатах наблюдений.

Рассматривается построение стохастических разностных уравнений, описывающих результаты измерений мгновенных значений реакции диссипативных систем с линейно-вязким, кулоновым, турбулентным трением, а также системы с нелинейной силой трения общего вида, при основных видах типового тестового воздействия: импульсном, ступенчатом, линейном. На основе этих уравнений формируются и описываются элементы матриц F и P_l , вектора b для соответствующих обобщенных регрессионных моделей. Полученные результаты (более пятнадцати разностных уравнений различного порядка и сложности) систематизированы и представлены в зависимости от типа силы трения и вида тестового воздействия в форме таблицы. В частности, при описании результатов измерений свободных колебаний систем с турбулентным трением следует использовать разностные уравнения вида $y_0 = I_3 + e_0$, $y_1 = I_4 + e_1$, $y_{k-1} + y_{k-3} = I_0 y_{k-2} - I_1 [(k-1)y_{k-1} + (k-3)y_{k-3}] + I_2 (k-2)y_{k-2} + h_k$, $k = \overline{3, N}$, $h_1 = e_0$, $h_2 = e_1$, $h_k = [1 + I_1(k-3)]e_{k-3} - I_0 [1 + I_1(k-2)]e_{k-2} + [1 + I_1(k-1)]e_{k-1}$, $k = \overline{3, N}$. Соответствующие формулы, описывающие элементы матрицы F и вектора b обобщенной регрессионной модели имеют вид: $f_{kj} = \begin{cases} 1, & j = k + 3; \\ 0, & j \neq k + 3, \end{cases} \quad j = \overline{1, 5}, \quad b_k = y_{k-1}, \quad k = 1, 2; \quad f_{k1} = y_{k-2},$
 $f_{k2} = -[(k-1)y_{k-1} + (k-3)y_{k-3}]$, $f_{k3} = (k-2)y_{k-2}$, $f_{k4} = f_{k5} = 0$, $b_k = y_{k-1} + y_{k-3}$, $k = \overline{3, N}$, а элементы матрицы P_l линейного преобразования вектора e случайной помехи в результатах наблюдений описываются формулой

$$p_{kj} = \begin{cases} 1, & k = j, & j = \overline{1, N}, & k = 1, 2; \\ 0, & k \neq j, & j = \overline{1, N}, & k = 1, 2; \\ 0, & & 1 \leq j \leq k - 3, & k = \overline{3, N}; \\ 1 + I_1(k - 3), & & j = k - 2, & k = \overline{3, N}; \\ -I_0[1 + I_1(k - 2)], & & j = k - 1, & k = \overline{3, N}; \\ 1 + I_1(k - 1), & & j = k, & k = \overline{3, N}; \\ 0, & & k + 1 \leq j \leq N, & k = \overline{3, N}. \end{cases}$$

В п. 3.3 рассматриваются проблемы, связанные со среднеквадратичным оцениванием коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели, описывающей в форме стохастических разностных уравнений результаты эксперимента.

Исследуются свойства матрицы F обобщенной регрессионной модели (5), элементы которой функционально зависят от результатов наблюдений, а, следовательно, и от случайной помехи. Описываются зависимости регрессоров f_j – вектор-столбцов матрицы F – и вектора b в обобщенной регрессионной модели $b = FI + h$ от случайной помехи e_k в результатах наблюдений; строятся матрицы дисперсий-ковариаций $V[f_j] = C_j C_j^T S_e^2$ и $V[b] = C_b C_b^T S_e^2$, где C_j и C_b – некоторые детерминированные матрицы линейного преобразования вектора случайной помехи, размера $N \times N$, включающие блоки единичной и нулевой матриц; S_e^2 – дисперсия случайной помехи в результатах наблюдений.

Построены и описаны матрицы C_j и C_b для систем с линейно-вязким, турбулентным трением, а также для систем с диссипативными силами общего вида. В частности, для систем с линейно-вязким трением эти матрицы имеют вид:

$$C_1 = \left[\begin{array}{c|c|c} \Theta_1 & & \\ \hline \Theta_2 & E_1 & \Theta_2 \end{array} \right], \quad C_2 = - \left[\begin{array}{c|c} \Theta_1 & \\ \hline E_1 & \Theta_3 \end{array} \right], \quad C_b = E_2, \text{ где } E_1 \text{ и } E_2 \text{ – единичные матрицы } (N-2) \text{ и } N \text{ порядка; } \Theta_1, \Theta_2 \text{ и } \Theta_3 \text{ – нулевые матрицы размера } 2 \times N, (N-2) \times 1 \text{ и } (N-2) \times 2 \text{ соответственно.}$$

Построенные матрицы C_j лежат в основе теоретических и экспериментальных исследований статистических свойств оценок коэффициентов разностных уравнений, в первую очередь смещения оценок, которое является основным источником погрешности результатов вычислений. При применении классического метода наименьших квадратов (МНК) (который является основным инструментом регрессионного анализа) к вычислению коэффициентов регрессионной модели (5): $\|h\|^2 = \|b - F\hat{I}\|^2 \Rightarrow \min$, среднеквадратичные оценки коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели вычисляются по формуле $\hat{I} = (F^T F)^{-1} F^T b$.

Получены соотношения, позволяющие с высокой степенью достоверности оценить смещение вектора среднеквадратичных оценок коэффициентов ЛПДМ: $M[\hat{I}] - I \approx (F^T F)^{-1} g S_e^2$, где $g = (trQ_1, trQ_2, \mathbf{K}, trQ_r, 0, 0, \mathbf{K}, 0)^T$ – n -мерный вектор, у которого последние $n - r$ элементов равны нулю; $Q_j = C_j^T P_j$. Представлены формулы, описывающие элементы вектора g для систем с линейно-вязким и турбулентным трением. В частности, для систем с линейно-вязким трением вектор g имеет вид: $g = -(N - 2)(I_1, I_2, 0, 0)^T$. Представлены результаты численно-аналитических исследований адекватности полученных соотношений, описывающих смещение МНК-оценок, которые подтверждают высокую достоверность полученных аналитических формул. На рис. 3 точки 1 и 3 соответствуют экспериментально полученным результатам вычисления смещения МНК-оценок коэффициентов \hat{I}_1 и \hat{I}_2 для систем с линейно-вязким трением. Точки 2 и 4 на рис. 3 соответствуют смещению МНК-оценок коэффициентов \hat{I}_1 и \hat{I}_2 , вычисленному на основе построенных формул.

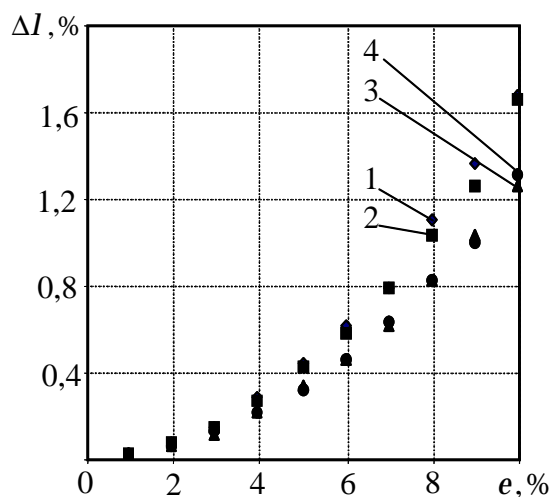


Рисунок 3 – Зависимость смещения оценок коэффициентов разностного уравнения для систем с линейно-вязким трением от величины случайной помехи

на основе построенных формул.

Результаты проведенных численно-аналитических исследований свойств оценок коэффициентов разностных уравнений, полученных на основе классической процедуры метода наименьших квадратов, т.е. на основе минимизации функционала $\|h\|^2 = \|b - F\hat{I}\|^2 \Rightarrow \min$, показали, что вследствие корреляции между элементами регрессоров f_j и вектора эквивалентного случайного возмущения h , смещение МНК-оценок практически для всех построенных линейно-параметрических дискретных моделей недопустимо большое.

Проведен сравнительный анализ эффективности известных методов оценивания коэффициентов обобщенной регрессионной модели, использующих различные стохастические модели эквивалентного случайного возмущения h . Результаты численно-аналитических исследований показали, что наиболее эффективным является метод среднеквадратичного оценивания, использующий АР-модель эквивалентного случайного возмущения, построенную на основе стохастического уравнения (6).

Предложен новый подход к вычислению коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели, в основе которого лежит итерационная процедура среднеквадратичного оценивания, обеспечивающая минимизацию функционала $\|\hat{e}\|^2 = \|P_1^{-1}b - P_1^{-1}F\hat{I}\|^2 \Rightarrow \min$. Алгоритм итерационной процедуры может быть описан последовательностью формул: $\hat{I}^{(0)} = (F^T F)^{-1} F^T b$,

$\Omega_{\hat{I}^{(k)}} = P_{\hat{I}^{(k)}} P_{\hat{I}^{(k)}}^T$, $\hat{I}^{(k)} = \left[F^T \Omega_{\hat{I}^{(k-1)}}^{-1} F \right]^{-1} F^T \Omega_{\hat{I}^{(k-1)}}^{-1} b$, $k = 1, 2, 3, \mathbf{K}$. Сформулированы и доказаны две теоремы о достаточных условиях сходимости итерационной процедуры к решению векторного уравнения $\hat{I} = q(\hat{I})$, где $q(\hat{I}) = \left(F^T \Omega^{-1}(\hat{I}) F \right)^{-1} F^T \Omega^{-1}(\hat{I}) b$.

Теорема 2 (достаточное условие). Пусть функции $q_i(\hat{I})$ и $\frac{\partial q_i(\hat{I})}{\partial \hat{I}_j}$, $i, j = \overline{1, n}$, определены и непрерывны в известной замкнутой области G действительного n -мерного пространства E^n , причем в области G выполняется неравенство

$$a = \max_{\hat{I} \in G} \left[\max_{i=1, n} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial w_{ik}}{\partial \hat{I}_j} \right| \cdot \left\| \left(F^T \Omega^{-1}(\hat{I}) F \right)^{-1} F^T \right\| \|e\| \right] < 1, \quad (7)$$

где w_{ik} - элементы матрицы $\Omega^{-1}(\hat{I})$ размера $N \times N$; $e = b - F\hat{I}$ - вектор остатков. Тогда, если последовательные приближения

$$\hat{I}^{(k)} = q(\hat{I}^{(k-1)}), \quad k = 1, 2, 3, \mathbf{K}, \quad (8)$$

не выходят из области G , то: 1) независимо от выбора начального приближения $\hat{I}^{(0)} \in G$ процесс итерации (8) сходится, то есть существует предел $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{I}^{(k)} = \bar{I}$; 2) предельный вектор \bar{I} является единственным решением уравнения $\hat{I} = q(\hat{I})$ в области G ; 3) имеет место оценка

$$\|\bar{I} - \hat{I}^{(k)}\| \leq \frac{a}{1-a} \|\hat{I}^{(k)} - \hat{I}^{(k-1)}\|. \quad (9)$$

Следствия из теоремы 2 позволяют, во-первых, при заданной погрешности Δ_I указать апостериорную оценку погрешности k -того приближения: $\|\hat{I}^{(k)} - \hat{I}^{(k-1)}\| < e_0 = \frac{1-a}{a} \Delta_I$, и, во-вторых, сформулировать ограничения на величину случайной помехи, позволяющие обеспечить достаточное условие сходимости итерационной процедуры: $\|e\| < \frac{1}{\max_{i=1, n} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial w_{ik}}{\partial \hat{I}_j} \right| \cdot \left\| \left(F^T \Omega^{-1}(\hat{I}) F \right)^{-1} F^T \right\| \|HP_i\|}$, где

идемпотентная матрица H имеет вид: $H = E - F \left(F^T \Omega^{-1}(\hat{I}) F \right)^{-1} F^T \Omega^{-1}(\hat{I})$.

Теорема 3. Пусть выполняются условия теоремы 2 и множество $S(I, r) = \{ \hat{I} : \|\hat{I} - I\| \leq r \}$ (замкнутый шар радиуса r с центром в точке I) - замкнутая ограниченная область, целиком лежащая в G , причем

$$\|q(I) - I\| \leq (1-a)r,$$

где I - вектор истинных значений коэффициентов разностного уравнения; $a < 1$ - коэффициент сжатия, который определяется соотношением (7). Пусть $\hat{I}^{(0)} \in S$, где $\hat{I}^{(0)}$ - первоначальная оценка, найденная методом наименьших квадратов по формуле $\hat{I}^{(0)} = (F^T F)^{-1} F^T b$. Тогда итерационный процесс (8) сходится,

пределный вектор \bar{I} является единственным решением уравнения $\hat{I} = q(\hat{I})$ в области G и имеет место оценка (9).

Следствия из теоремы 3, во-первых, позволяют получить априорную оценку погрешности k -того приближения: $\|\bar{I} - \hat{I}^{(k)}\| \leq 2a^k r < \Delta_I$, и указать число итераций, необходимое для достижения заданной точности Δ_I : $k > \frac{\ln \Delta_I - \ln 2r}{\ln a}$; во-вторых, описать ограничения на величину случайной помехи e , обеспечивающую сходимость итерационной процедуры: $\|e\| \leq \frac{(1-a)r}{\left\| \left(F^T \Omega^{-1}(I) F \right)^{-1} F^T (P_I^{-1})^T \right\|}$.

Рассмотрены свойства оценок \hat{I}_j коэффициентов разностного уравнения, вычисленных на основе итерационной процедуры; описана матрица дисперсий-ковариаций $V[\hat{I}] = M \left[\left(\hat{I} - M[\hat{I}] \right) \left(\hat{I} - M[\hat{I}] \right)^T \right]$. Разработан алгоритм формирования элементов обратной матрицы для матриц P_I наиболее общего вида, описывающих линейное преобразование вектора случайной помехи в системах с кулоновым, линейно-вязким и турбулентным трением, а также в системах с диссипативными силами общего вида. Решение этой задачи позволило получить аналитическое описание матрицы $\Omega^{-1}(\hat{I})$ для различных типов ЛПДМ.

Получены соотношения, описывающие смещение оценок коэффициентов, вычисленных на основе итерационной процедуры: $\Delta I = \left(F^T \Omega^{-1}(\hat{I}) F \right)^{-1} g S_e^2$. В частности, для систем с линейно-вязким трением, с точностью до принятых допущений при построении формул, вектор g – нулевой, т. е. смещение в оценках отсутствует. Для систем с турбулентным трением:

$$g = \left(0; - \sum_{k=2}^{N-1} \frac{k}{1+kI_1}; 0; 0; 0 \right)^T.$$

Для проверки адекватности и достоверности полученных соотношений и эффективности итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения проведены численно-аналитические исследования на основе компьютерного моделирования. Результаты численно-аналитических исследований смещения оценок коэффициентов \hat{I}_j подтверждают высокую сходимость и эффективность итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания (рис. 4). Применение итерационной процедуры позволяет существенно, на

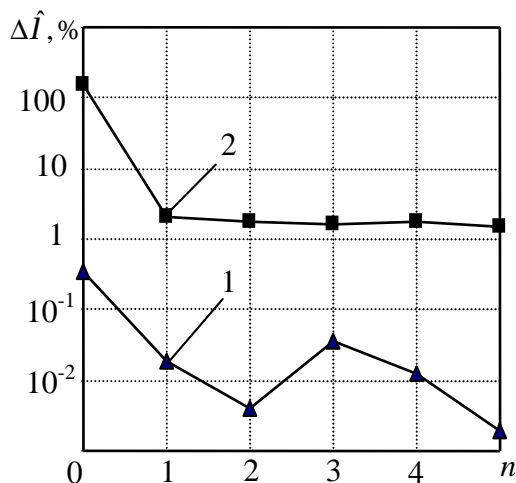


Рисунок 4 – Зависимости смещения оценок коэффициентов разностного уравнения \hat{I}_0 (точки 1) и \hat{I}_1 (точки 2) (в относительных единицах) от числа итераций для систем с турбулентным трением

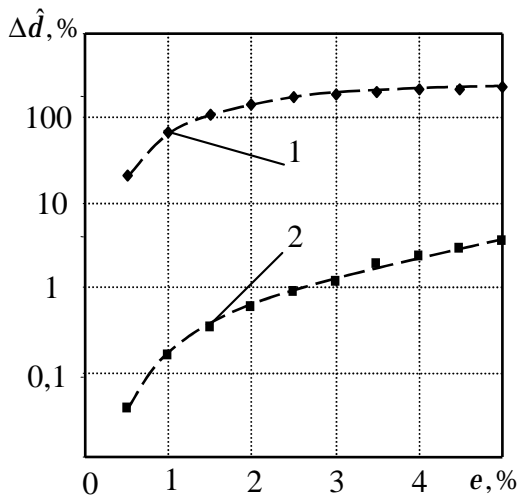


Рисунок 5 – Зависимости смещения оценки декремента колебаний системы с турбулентным трением от величины случайной помехи

несколько порядков, уменьшить смещение оценок, а в ряде случаев практически устранить это смещение. Устранение смещения в оценках коэффициентов стохастического разностного уравнения за счет применения итерационной процедуры позволяет существенно повысить достоверность результатов вычисления динамических характеристик нелинейных диссипативных систем. На рис. 5 представлены зависимости смещения оценок декремента колебаний. Точки 1 соответствуют результатам, полученным без использования итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания.

Проведен сравнительный анализ погрешности вычисления декремента колебаний в системах с линейно-вязким трением известным методом затухающих колебаний и численным методом, в основе которого лежит среднеквадратичное оценивание коэффициентов разностного уравнения. На рис. 6 представлены зависимости погрешности вычисления декремента колебаний от величины случайной помехи в результатах измерений при времени обработки экспериментальной виброграммы равно $20T$, где T – период колебаний. Точки 1 соответствуют погрешности вычисления известным методом затухающих колебаний, а точки 2, 3, 4 и 5 – погрешности вычисления декремента колебаний на основе стохастического разностного уравнения при объемах выборки $N = 100, 200, 400$ и 800 , соответственно. Результаты анализа показали, что точность оценивания декремента колебаний численным методом на порядок выше, чем известным методом затухающих колебаний.

Проведен сравнительный анализ эффективности устранения смещения МНК-оценок одним из новых методов, описанным в современной научной литературе, и методом на основе итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения. Результаты исследований показали, что применение итерационной процедуры позволяет на порядок повысить точность вычислений оценок динамической системы по сравнению с известным методом.

В четвертой главе рассматриваются вопросы, связанные с оценкой погрешности результатов вычисления динамических характеристик диссипативной системы, проводится анализ вычислительной устойчивости алгоритмов средне-

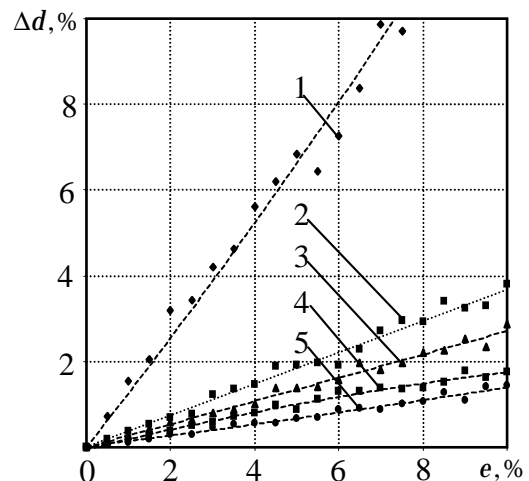


Рисунок 6 – Зависимости погрешности вычисления декремента колебаний от величины случайной помехи в результатах измерений при различных объемах выборки

квадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения, разрабатываются и исследуются структурные методы повышения устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок. В последнем параграфе главы рассматриваются линейно-параметрические дискретные модели, использующие результаты измерений различных фазовых переменных.

В п. 4.1 проводится анализ и численно-аналитические исследования процесса формирования результирующей погрешности на всех этапах математического моделирования и численного метода определения параметров диссипативной системы на основе разностных уравнений. Результаты анализа составляющих погрешности вычисления динамических характеристик и способов их уменьшения систематизированы и представлены в форме таблицы.

Разработана методика оценки погрешности вычисления динамических характеристик на основе разностных уравнений при обработке результатов наблюдений. Получены формулы статистической оценки дисперсий и ковариаций результатов вычислений коэффициентов разностного уравнения, динамических характеристик, а также начальных амплитуды и фазы колебаний.

Проведены численно-аналитические исследования, результаты которых подтверждают достоверность и корректность рассмотренной методики вычисления погрешности оценок динамических характеристик диссипативной системы на основе стохастических разностных уравнений. На рис. 7 представлены зависимости экспериментально найденных относительных погрешностей (точки 3) и оценок предельной относительной погрешности вычисления декремента колебаний от величины случайной помехи в результатах наблюдений. Кривая 1 описывает

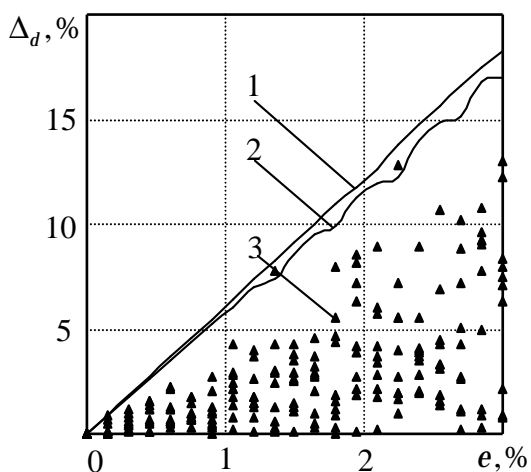


Рисунок 7— Зависимости оценок предельной относительной погрешности (кривые 1 и 2) и экспериментально найденных относительных погрешностей (точки 3) вычисления декремента колебаний от величины случайной помехи для систем с диссипативными силами общего вида

зависимость максимальных значений

$$\Delta_{\max}(d_0)_i = \max_{j=1,10} \{(\Delta_d)_{ij}\},$$

а кривая 2 — минимальных значений

$$\Delta_{\min}(d_0)_i = \min_{j=1,10} \{(\Delta_d)_{ij}\}$$

предельных относительных погрешностей.

Видно, что практически все точки, соответствующие относительным погрешностям вычисления декремента колебаний, укладываются в границы, описываемые минимальными значениями предельной относительной погрешности. По результатам исследований можно сделать важный вывод о том, что при

практических расчетах вполне достаточно одной реализации динамического процесса в диссипативной системе (одной выборки результатов наблюдений), чтобы достоверно оценить предельные абсолютную и относительную погрешности вычисления любого параметра системы.

В п. 4.2 рассматриваются вопросы, связанные с анализом устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов разностного уравнения. Дано определение устойчивости линейно-параметрической дискретной модели;

сформулирована и доказана теорема о достаточном условии устойчивости линейно-параметрической дискретной модели второго порядка.

Теорема 4 (достаточное условие устойчивости).

Пусть функция $\mathcal{Y}(t): D(\mathcal{Y}) = \{t \in \mathbf{R} : t \geq 0\}$ описывается выражением вида

$$\mathcal{Y}(t) = a_0 e^{-\frac{d}{T}t} \cos\left(2p \frac{t}{T} + y_0\right), \text{ где } a_0, d, T \in (0, \infty), y_0 \in \mathbf{R}.$$

Тогда $\forall \Delta \in [0, \Delta_0]$ для устойчивости линейно-параметрической дискретной модели $I_1 y_{k-1} + I_2 y_{k-2} = y_k$, где $y_k = \mathcal{Y}(tk) + \Delta_k$, $|\Delta_k| \leq \Delta$, $k = 2, 3, 4, \mathbf{K}$, $0 < t < \frac{T}{2}$,

достаточно выполнения одного из двух условий: $\frac{t}{T} \geq (2p)^{-1} \arcsin\left(2e^{\frac{d}{2}} \sqrt{dy}\right)$ для

значений $\Delta_0 \leq \frac{a_{k-2} e^{-d}}{4}$ или $\frac{t}{T} \geq \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{1}{p} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{16}{3} e^d dy}}$ для значений $\Delta_0 \leq \frac{3a_{k-2} e^{-d}}{16}$,

где $dy = \frac{\Delta}{a_{k-2}}$, $a_{k-2} = a_0 \exp\left[-d \frac{t}{T}(k-2)\right]$, $k = 2, 3, 4, \mathbf{K}$.

Численно-аналитические исследования на основе компьютерного моделирования подтвердили достоверность полученных теоретических результатов.

Проведен комплекс численно-аналитических исследований вычислительной устойчивости среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностных уравнений для основных типов нелинейной диссипативной системы: систем с линейно-вязким, турбулентным и кулоновым трением. Результаты исследований представлены в виде графиков зависимости меры обусловленности матрицы нормальной системы уравнений $cond F^T F = \|F^{-1}\| \cdot \|F\|$, а также смещения оценок декремента колебаний, от периода дискретизации и числа уравнений в обобщенной регрессионной модели. По результатам исследований сделан вывод о существенном ухудшении устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов разностного уравнения при малых значениях периода дискретизации экспериментальной виброграммы.

В п. 4.3 разработан структурный метод повышения устойчивости среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения, в основе которого лежит построение модифицированных линейно-параметрических дискретных моделей, инвариантных к уменьшению периода дискретизации при формировании выборки результатов наблюдений. Методика построения инвариантных моделей подробно рассмотрена на примере модификации разностного уравнения для систем с турбулентным трением (как относительно простой, но при этом обладающей всеми основными свойствами ЛПДМ нелинейных систем, модели).

Модифицированная линейно-параметрическая дискретная модель, связывающая мгновенные значения функциональной зависимости, описывающей колебания систем с турбулентным трением, содержит целочисленный параметр l и

имеет вид $I_0 \mathcal{Y}_{k-l} - I_1 \left[\frac{k}{l} \mathcal{Y}_k + \left(\frac{k}{l} - 2 \right) \mathcal{Y}_{k-2l} \right] + I_2 \left(\frac{k}{l} - 1 \right) \mathcal{Y}_{k-l} = \mathcal{Y}_k + \mathcal{Y}_{k-2l}$, $k = 2l, 2l+1, \mathbf{K}$,

где $I_0 = 2 \cos \frac{2pt}{T} l$, $I_1 = \frac{d_0 t l}{T}$, $I_2 = I_0 I_1$. Устойчивость вычислений среднеквадратичных оценок коэффициентов этой модели обеспечивается выбором оптимального значения параметра $l_0 = \left[\frac{T}{4t} \right]$. Построены и представлены аналогичные ин-

вариантные модели для систем с линейно-вязким, кулоновым трением и систем с диссипативными силами общего вида.

Сформулирована и доказана теорема о достаточных условиях существования значений параметра l , позволяющих уменьшить число обусловленности матрицы, порождаемой модифицированной линейно-параметрической дискретной моделью второго порядка.

Теорема 5 (достаточное условие минимизации числа обусловленности).

Пусть функция $\mathcal{Y}(t): D(y) = \{t \in \mathbf{R} : t \geq 0\}$ описывается выражением вида

$$\mathcal{Y}(t) = a_0 e^{-\frac{dt}{T}} \cos \left(2p \frac{t}{T} + y_0 \right), \text{ где } a_0, d, T \in (0, \infty), y_0 \in \mathbf{R}, \text{ и ей соответствуют две}$$

линейно-параметрические дискретные модели: $I_1 \mathcal{Y}_{k-1} + I_2 \mathcal{Y}_{k-2} = \mathcal{Y}_k$, $k = 2, 3, \mathbf{K}$,

$$(*) \text{ и } I_1 \mathcal{Y}_{k-l} + I_2 \mathcal{Y}_{k-2l} = \mathcal{Y}_k, \quad k = 2l, 2l+1, \mathbf{K}, (**), \text{ где } l \in \mathbf{N}, \mathcal{Y}_k = \mathcal{Y}(tk), \quad 0 < t < \frac{T}{2},$$

и пусть $\text{cond} A_l$ и $\text{cond} A_{2l}$ – числа обусловленности матриц систем линейных алгебраических уравнений, порождаемых разностными уравнениями $(*)$ и $(**)$.

Тогда для существования, по крайней мере, одного значения параметра $l \geq 2$, при котором $\text{cond} A_{2l} < \text{cond} A_l$, достаточно выполнения условия $\frac{t}{T} \leq \frac{1}{4p} \arctg \frac{2p}{d} < \frac{1}{8}$.

На основе рекуррентных формул модифицированных линейно-параметрических дискретных моделей построены соответствующие стохастические разностные уравнения, описывающие результаты наблюдений динамического процесса в диссипативных системах. В частности, для систем с турбулентным трением инвариантные к изменению периода дискретизации стохастические разностные уравнения могут быть представлены в виде:

$$\begin{cases} y_0 = I_3 + e_0, y_1 = I_4 + e_1, y_2 = I_5 + e_2, \mathbf{K}, y_{2l-2} = I_{2l+1} + e_{2l-2}, y_{2l-1} = I_{2l+2} + e_{2l-1}, \\ y_{k-2l} + y_k = I_0 y_{k-l} - I_1 \left[\left(\frac{k}{l} - 2 \right) y_{k-2l} + \frac{k}{l} y_k \right] + I_2 \left(\frac{k}{l} - 1 \right) y_{k-l} + h_{k-2l+3}, \\ h_{k-2l+3} = \left[1 + \left(\frac{k}{l} - 2 \right) I_1 \right] e_{k-2l} - I_0 \left[1 + \left(\frac{k}{l} - 1 \right) I_1 \right] e_{k-l} + \left[1 + \frac{k}{l} I_1 \right] e_k, \quad k = \overline{2l, N-1}, \end{cases}$$

где $I_0 = 2 \cos wt l$, $I_1 = \frac{d_0 t l}{T}$, $I_2 = I_0 I_1$, $I_3 = a_0 \cos y_0$.

Проведены численно-аналитические исследования, подтверждающие высокую эффективность построенных модифицированных разностных уравнений при высокой частоте дискретизации экспериментальной виброграммы колебаний (малых значениях периода дискретизации и больших объемах выборки результатов

измерений). Применение модифицированных моделей позволило в несколько раз уменьшить относительную погрешность вычисления декремента колебаний за счет повышения объема выборки результатов наблюдений при стабилизации устойчивости вычисления среднеквадратичных оценок.

В п. 4.4 рассматривается разработка и исследование линейно-параметрических дискретных моделей, описывающих результаты измерений различных фазовых переменных: скорости и ускорения, как по отдельности, так и в их совокупности. Построены модели, аппроксимирующие уравнения, которые описывают скорость и ускорение движения квазилинейных диссипативных систем. Показано, что погрешность такой аппроксимации, даже для систем с достаточно высокой степенью диссипации, не превышает десятых долей процента.

Для всех основных типов диссипативной силы построены дискретные модели для различных фазовых переменных, как по отдельности, так и в их совокупности. Приведены формулы, описывающие соотношения между коэффициентами моделей и динамическими характеристиками системы, в том числе ее показателем нелинейности. В частности, для систем с турбулентным трением и систем с диссипативными силами общего вида соответствующие линейно-

параметрические дискретные модели, с учетом соотношений $I_0 = w^2$ и $I_1 = \frac{d_0 w}{p}$,

описываются уравнениями $I_0 y_k + I_1 \left(y'_k + k \frac{t}{2} y''_k \right) + I_2 k t y_k = -y''_k$, где $I_2 = \frac{1}{2} I_0 I_1$, и

$I_0 y_k + I_1 y'_k + I_2 k y''_k + I_3 k y_k = -y''_k$, где $I_2 = (n-1) \frac{I_1}{2} t$. Алгоритм оценивания дина-

мических характеристик на основе дискретных моделей, связывающих различные фазовые переменные в их совокупности, аналогичен рассмотренному выше. Частота и декремент колебаний, а также показатель нелинейности n , вычисляются

через коэффициенты I_0 , I_1 и I_2 по формулам: $f = \frac{\sqrt{I_0}}{2p}$, $d_0 = \frac{p I_1}{\sqrt{I_0}}$ и $n = 1 + \frac{2 I_2}{I_1 t}$.

Полученные в данной главе результаты систематизированы и представлены в форме таблице. В ней приведены ссылки на соответствующие формулы для базовых и модифицированных моделей в зависимости от типа диссипативной силы. Даны рекомендации по выбору линейно-параметрической дискретной модели с учетом требуемой точности вычисления динамических характеристик, режима обработки экспериментальных данных, используемых технических средств измерения, фазовой переменной.

Пятая глава посвящена разработке и применению стохастических разностных уравнений в задачах параметрической идентификации систем различной физической природы, используемых в машиностроении.

В п. 5.1 рассматривается разработка и применение в задачах построения моделей неупругого реологического деформирования материалов и элементов конструкций нового численного метода определения параметров кривой ползучести, в основе которого лежат линейно-параметрические дискретные модели. Построена линейно-параметрическая дискретная модель, описывающая в форме стохастических разностных уравнений результаты измерений мгновенных значений ди-

намического процесса вида $y(t) = \sum_{i=1}^p a_i [1 - \exp(-a_i t)]$. Сформулирована и доказана теорема, которая используется при выводе соотношений, связывающих параметры кривой ползучести и коэффициенты разностного уравнения.

Описаны элементы матрицы F и вектора b в обобщенной регрессионной модели (5), соответствующей стохастическим разностным уравнениям вида: $y_0 = e_0$,

$$y_k = I_{p+1+k} + e_k, \quad k = \overline{1, p-1}, \quad y_k = \sum_{j=1}^p I_j y_{k-j} + I_{p+1} - \sum_{j=1}^p I_j e_{k-j} + e_k, \quad k = \overline{p, N-1},$$

а также элементы матрицы P_l линейного преобразования вектора случайной помехи в результатах наблюдений.

Рассмотрен алгоритм численного метода определения параметров кривой ползучести на основе итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения. Приведены результаты апробации разработанного метода в физических экспериментах, связанных с моделированием кривой ползучести отдельных образцов полихлорвинилового пластиката.

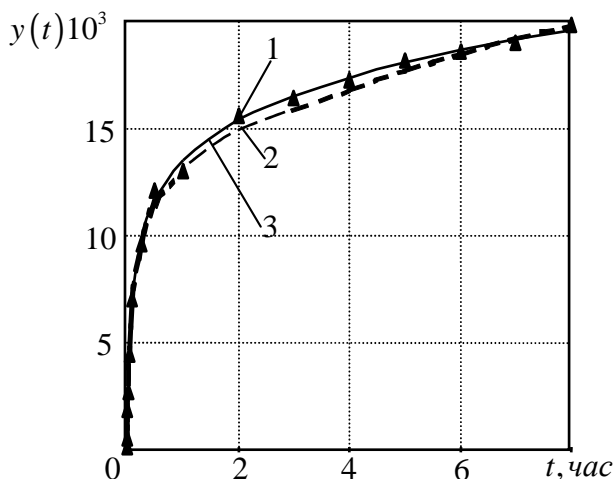


Рисунок 8 – Экспериментальные точки 1 и кривые ползучести, построенные методом выделения экспоненциальных составляющих (кривая 2) и на основе стохастических разностных уравнений (кривая 3)

Проведен сравнительный анализ эффективности различных методов определения параметров кривой ползучести по экспериментальным данным: численного метода на основе разностных уравнений и известного метода последовательного выделения экспоненциальных составляющих (рис. 8). Установлено, что численный метод на основе разностных уравнений позволяет построить более простую (а значит более устойчивую и надежную) модель, аппроксимирующую экспериментальные данные с меньшей среднеквадратичной погрешностью, чем модель, построенная известным методом.

Разработан и апробирован в задаче построения кривой ползучести полихлорвинилового пластиката алгоритм вычислений, использующий выделение экспоненциальных составляющих, параметры которых находятся на основе разностных уравнений.

В п. 5.2 рассматривается задача определения параметров передаточной функции объекта управления на основе разностных уравнений, описывающих результаты измерений мгновенных значений кривой разгона. Построена линейно-параметрическая дискретная модель, описывающая в форме стохастических разностных уравнений результаты измерений мгновенных значений кривой разгона технологического объекта, передаточная функция которого может быть представ-

лена в виде: $W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k_{\Pi}}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1}$. Получены соотношения, связы-

вающие параметры передаточной функции линейной динамической системы третьего порядка и коэффициенты разностного уравнения. Построен идентификатор $\bar{D} = 27I_3^2 + 2I_1(2I_1^2 + 9I_2)I_3 - I_2^2(I_1^2 + 4I_2)$, на основе которого в зависимости от коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели проведена представлена в форме таблицы систематизация корней характеристического уравнения и различных типов кривой разгона.

В соответствии с построенной ЛПДМ, связывающей в форме стохастических разностных уравнений $y_1 = I_5 + e_1$, $y_2 = I_6 + e_2$, $y_3 = I_1 y_2 + I_2 y_1 + I_4 - I_2 e_1 - I_1 e_2 + e_3$, $y_k = I_1 y_{k-1} + I_2 y_{k-2} + I_3 y_{k-3} + I_4 + h_k$, $h_k = -I_3 e_{k-3} - I_2 e_{k-2} - I_1 e_{k-1} + e_k$, $k = \overline{4, N-1}$, результаты измерений мгновенных значений кривой разгона, описаны элементы матрицы F и вектора b в обобщенной регрессионной модели (6), а также элементы матрицы P_l линейного преобразования вектора случайной помехи и ее обратной матрицы P_l^{-1} . Разработан и описан алгоритм определения параметров передаточной функции объекта управления на основе итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения кривой разгона; получены соотношения, позволяющие оценить погрешность вычисления параметров передаточной функции. Приведены результаты апробации построенных ЛПДМ и разработанных на их основе алгоритмов вычислений в физическом эксперименте, связанном с построением передаточной функции котельного агрегата.

На примере прямого котла высокого давления проведен сравнительный анализ различных методов определения параметров передаточной функции по кривой разгона: известного метода площадей и численного метода, в основе которого лежит итерационная процедура среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения. Установлено, что определение параметров передаточной функции на основе разностных уравнений, описывающих результаты наблюдений мгновенных значений кривой разгона объекта управления, позволяет существенно (более чем в два раза) повысить адекватность математической модели экспериментальным данным по сравнению с известным методом площадей.

В п. 5.3 рассматриваются вопросы, связанные с разработкой и применением численного метода определения декремента колебаний на основе разностных уравнений, описывающих дискретные значения экспериментально построенной амплитудно-частотной характеристики системы с линейно-вязким трением.

Построена линейно-параметрическая дискретная модель, описывающая в форме стохастических разностных уравнений дискретные значения экспериментально построенной амплитудно-частотной характеристики систем с линейно-вязким трением: $a_0^2 = I_2 + h_0$, $a_{k-1}^2 - a_k^2 = I_0 [k^2 a_k^2 - (k-1)^2 a_{k-1}^2] + I_1 [k^4 a_k^2 - (k-1)^4 a_{k-1}^2] + h_k$, $h_0 = 2a_0 e_0$, $h_k = 2a_{k-1} [I_0 (k-1)^2 + I_1 (k-1)^4 + 1] e_{k-1} - 2a_k [I_0 k^2 + I_1 k^4 + 1] e_k$, $k = \overline{1, N-1}$.

Получены соотношения, связывающие параметры резонансной кривой и коэффициенты разностного уравнения: $I_0 = \frac{\Delta w^2}{p^2 w_0^2} (d^2 - 2p^2)$, $I_1 = \frac{\Delta w^4}{w^4}$. Разработан и

описан алгоритм численного метода определения диссипативных характеристик по резонансной кривой для систем с линейно-вязким трением, в основе которого

лежит итерационная процедура среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения.

Проведен сравнительный анализ эффективности различных методов определения диссипативных характеристик по резонансной кривой: известного метода «кривой резонанса» и численного метода на основе итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения. На рис. 9 представлены зависимости смещения (в относительных единицах) оценок декремента колебаний от величины случайной помехи в результатах наблюдений. Точки 1 соответствуют применению известного метода «кривой резонанса», а точки 2 – вычислениям на основе итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов стохастического разностного уравнения.

Очевидно, что применение численного метода определения декремента колебаний по резонансной кривой на основе итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения позволяет существенно, почти на порядок, повысить точность оценивания по сравнению с известным методом определения декремента колебаний по ширине пика амплитудно-частотной характеристики.

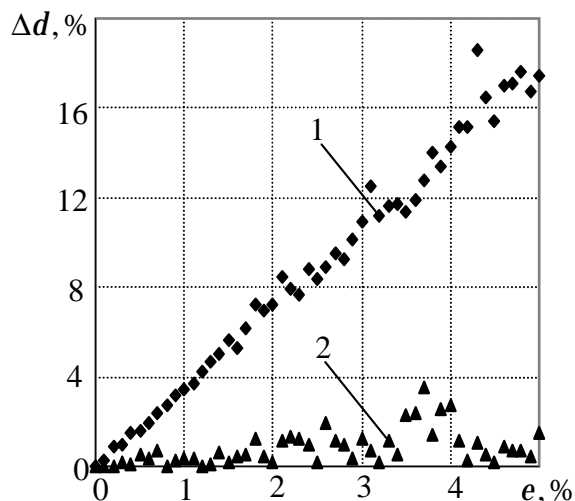


Рисунок 9 – Зависимости относительной погрешности вычисления декремента колебаний от величины случайной помехи в результатах наблюдений

В п. 5.4 рассматривается задача определения характеристик сопротивления нелинейной диссипативной системы с помощью численного метода, в основе которого лежат разностные уравнения, описывающие результаты измерений мгновенных значений огибающей амплитуд колебаний для систем с диссипативными силами различного типа.

Построены и систематизированы в форме таблицы двенадцать различных моделей, описывающих в форме стохастических разностных уравнений результаты измерений огибающей амплитуд колебаний нелинейной диссипативной системы, как для случая, когда показатель нелинейности априори известен (в том числе при кулоновом, линейно-вязком и турбулентном трении), так и для тех случаев, когда требуется найти оценку показателя нелинейности системы по экспериментальным данным. В частности, в задачах нахождения по огибающей амплитуд колебаний систем с диссипативными силами, пропорциональными n - степени скорости движения, не только декремента колебаний, но и показателя нелинейности системы, может быть использована совокупность следующих стохастических разностных уравнений: $a_0 = I_3 + e_0$, $a_{k-1} - a_k = I_1 k (a_k - a_{k-1}) + I_2 a_{k-1} + h_k$, $h_k = (1 + kI_1 - I_2) e_{k-1} - (1 + kI_1) e_k$, $k = 1, 2, \dots, N - 1$. Для всех построенных моделей получены соотношения, связывающие коэффициенты разностного уравнения с параметрами огибающей амплитуд колебаний, а также формулы, описывающие элементы матрицы линейного преобразования случайной помехи в результатах

наблюдений. Например, для представленной выше модели имеют место соотношения: $I_1 = \frac{(n-1)d_0t}{T}$, $I_2 = \frac{d_0t}{T}$, $I_3 = a_0$. Представлен алгоритм численного метода определения параметров характеристики сопротивления на основе итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения, описаны его основные этапы, приведены формулы вычисления декремента колебаний через коэффициенты разностного уравнения, для всех построенных моделей.

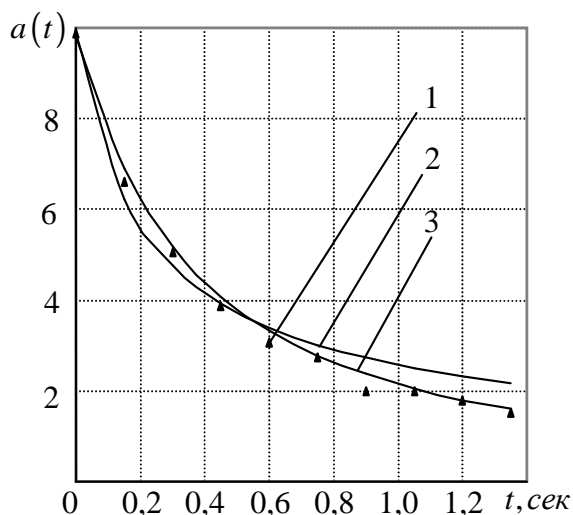


Рисунок 10 – Огибающие амплитуд колебаний, построенные различными методами: 1– экспериментальные точки; 2– известным методом; 3– численным методом на основе разностных уравнений

Проведен сравнительный анализ эффективности различных методов определения параметров характеристики сопротивления: известным методом и численным методом, в основе которого лежит среднеквадратичное оценивание коэффициентов разностного уравнения (рис. 10). Установлено, что применение алгоритмов вычислений с использованием итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели позволяет на порядок повысить точность оценивания параметров характеристики сопротивления, особенно при существенно разбросе экспериментальных данных.

В п. 5.5 представлены результаты практического применения методов параметрической идентификации на основе стохастических разностных уравнений в научно-технических экспериментах: при оценке технического состояния силовых элементов шасси самолета, в задаче обнаружения некачественной сборки деталей прессованием, а также в алгоритмах измерительных устройств цифровых осциллографов.

Приведены результаты проверки адекватности линейно-параметрических дискретных моделей при *прочностных испытаниях силовых элементов шасси самолета*. Описана схема организации прочностного эксперимента; приведены характеристики используемой технической аппаратуры. Построены зависимости декремента колебаний от числа циклов нагружения в процессе ресурсных испытаний, которые позволяют своевременно обнаруживать появление усталостной трещины на поверхности образца.

Представлены результаты применения численного метода определения параметров диссипативной системы на основе разностных уравнений в задачах *обнаружения некачественной сборки деталей прессованием*. Описана схема организации эксперимента по определению некачественной сборки на основе анализа динамических характеристик механической системы вал-втулка в режиме свободных колебаний; приведены технические характеристики исследуемого соединения.

Разработан и описан пакет прикладных программ, разработанный для обработки результатов научно-промышленного эксперимента по определению некачественной сборки механической системы. Система диалоговых и информационных окон, набор выпадающих меню и кнопок управления обеспечивают удобство и простоту использования разработанного программного обеспечения.

Представлены результаты обработки физического эксперимента по выявлению некачественно сборки механической системы вал – втулка. Построенные для данных образцов зависимости динамических характеристик от параметров соединения могут быть использованы в качестве эталонных значений при автоматизированной сборке.

Шестая глава посвящена разработке программного обеспечения и синтезу специализированных устройств для определения параметров диссипативных систем на основе разностных уравнений.

В п. 6.1 описывается *программное обеспечение*, реализующее устойчивые алгоритмы вычисления параметров диссипативных систем на основе стохастических разностных уравнений. Программное обеспечение реализовано на языке *Microsoft Visual Basic 6.0*, поскольку он прост в обращении и код программы компактен. Разработанный комплекс программ предназначен для определения параметров диссипативной системы на основе обработки результатов измерений, полученных при использовании одного из трех источников экспериментальных данных: импульсной характеристики, амплитудно-частотной характеристики, огибающей амплитуд колебаний. Приведена и описана блок-схема алгоритма вычислений, реализованного в программном обеспечении.

Рассмотрены основные этапы работы программы. Представлена и описана удобная для пользователя система диалоговых и информационных окон, предназначенных для ввода данных эксперимента; выбора режимов обработки информации; ввода априорной информации, например, о типе силы трения или значении

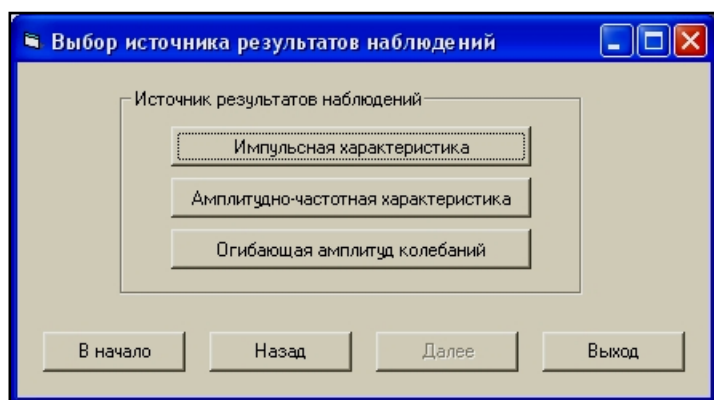


Рисунок 11 – Окно выбора источника результатов наблюдений

показателя нелинейности системы; для вывода протокола результатов вычислений; для графического отображения полученных результатов и др. Например, на рис. 11 изображено окно интерфейса, позволяющее пользователю выбрать источник экспериментальных данных.

В приложении представлен листинг программных кодов, реализующих описанный алгоритм вычислений.

В п. 6.2 рассмотрен синтез и описана работа *специализированных устройств* для измерения диссипативных характеристик систем с кулоновым, линейно-вязким и турбулентным трением на основе линейно-параметрических дискретных моделей.

Описаны схемы организации измерений мгновенных значений затухающих колебаний, представлены структурные блок-схемы, описана работа, приведены

временные диаграммы работы следующих специализированных устройств:

- устройства для измерения логарифмического декремента колебаний систем с линейно-вязким трением;
- устройства для измерения декремента колебаний систем с турбулентным трением;
- устройства для измерения показателя затухания в системах с турбулентным трением;
- устройство для измерения показателя затухания в системах с кулоновым трением.

Для каждого представленного устройства указаны его преимущества по сравнению с аналогом, которые заключаются, как правило, в более высокой точности оценки декремента колебаний или показателя затухания за счет уменьшения методической погрешности. В частности, в основе аппаратной реализации устройства для вычисления декремента колебаний систем с турбулентным трением лежит организация такого режима измерений, чтобы каждое второе измерение в совокупности y_k, y_{k+1} и y_{k+2} равнялось нулю. Это условие позволяет обеспечить выполнение соотношения $d(a_k) = -2 \frac{y_k + y_{k+3}}{y_{k+3}}$, $k = 0, 1, 2, \dots, K$, полученное

на основе разностного уравнения для систем с турбулентным трением (рис. 12).

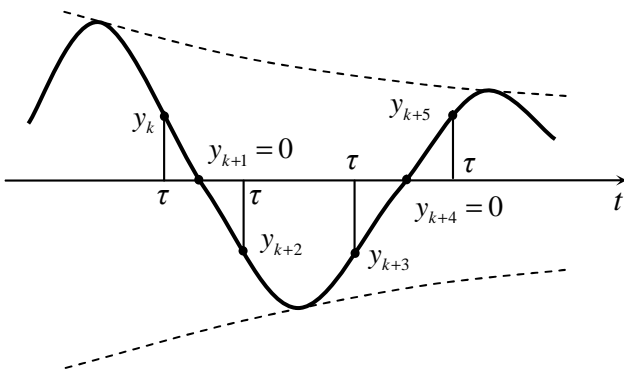


Рисунок 12 – Схема организации измерений затухающих колебаний в устройстве для измерения декремента колебаний в системах с турбулентным трением

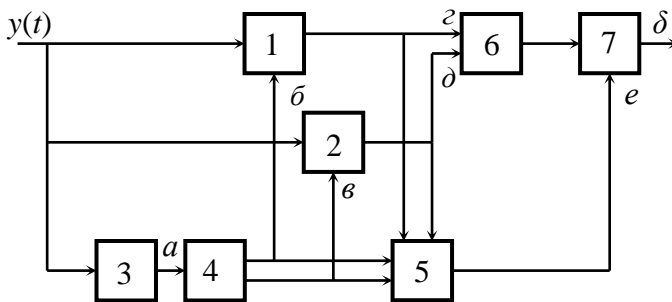


Рисунок 13 – Структурная схема устройства для измерения декремента колебаний в системах с турбулентным трением

Структурная схема устройства представлена на рис. 13. Вход устройства подключен к входам запоминающих устройств 1 и 2 и к входу компаратора 3. Сигнал с выход компаратора 3 подается на вход коммутирующего устройства 4, первый выход которого подключен к управляющему входу первого запоминающего устройства 1 и первому управляющему входу коммутатора 5, а второй выход подключен к управляющему входу второго запоминающего устройства 2 и ко второму управляющему входу коммутатора 5. Выходы запоминающих устройств 1 и 2 подключены к входам сравнивающего устройства 6 и, соответственно, к первому и второму входам коммутатора 5. Выход сравнивающего устройства 6 подключен к первому входу делителя 7, а выход коммутатора 5 подключен ко второму входу делителя 7. На выходе делителя 7 формируется сигнал, соответствующий декременту колебаний системы

Устройство работает таким образом, что на входы сравнивающего устройства δ постоянно, в течение промежутка времени $\frac{T}{2}$, равного полупериоду колебаний, поступают разнополярные сигналы y_{k+2i} и y_{k+2i+3} , соответствующие результатам измерений в моменты времени $t_i + t$, где t_i – моменты равенства нулю ординат колебаний: $y(t_i) = 0$, $i = 1, 2, 3, \dots, \mathbf{K}$.

При этом на выходе устройства будет формироваться сигнал, пропорциональный отношению суммы двух измеренных последовательно одна за другой ординат колебаний y_{k+2i} и y_{k+2i+3} к значению последующей из них y_{k+2i+3} . Измерение ординат колебаний y_{k+2i} и y_{k+2i+3} осуществляется через время задержки t после, соответственно, i -того и $(i+1)$ -го пересечения колебаний оси времени:

$$d_i = -2 \frac{y_{k+2i} + y_{k+2i+2}}{y_{k+2i+2}}.$$

Последующее значение ординаты колебаний y_{k+2i+3} в одном цикле измерения декремента колебаний служит предыдущим значением ординаты колебаний y_{k+2i} в следующем цикле. Поэтому измерение декремента колебаний происходит непрерывно за время, равное половине периода колебаний. На выходе устройства сигнал, соответствующий измеренному значению декремента колебаний в данном цикле измерений, сохраняется в течение времени, равного половине периода колебания. Рассмотренное устройство по сравнению с аналогом имеет более высокую точность измерения за счет уменьшения динамической составляющей методической погрешности.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработаны теоретические основы и принципы построения линейно-параметрических моделей, связывающих в форме разностных уравнений дискретные значения функциональных зависимостей, описывающих динамические процессы на выходе диссипативной системы; рассмотрены различные подходы к построению разностных уравнений в зависимости от режима колебаний системы, функций, аппроксимирующих монотонную составляющую в уравнениях колебаний, априорной информации о собственной частоте системы и параметрах типового тестового воздействия.

2. Сформирован класс линейно-параметрических дискретных моделей, систематизированных в зависимости от типа системы, режимов функционирования (типа тестового воздействия), функций, аппроксимирующих тренд, схемы организации эксперимента. Получены функциональные соотношения, связывающие коэффициенты линейно-параметрических дискретных моделей с динамическими характеристиками системы, в том числе с показателем ее нелинейности, тем самым решена задача классификации широкого класса систем при нестационарных режимах колебаний, содержащих тренд в форме монотонной составляющей.

3. Разработан и апробирован в различных физических экспериментах новый численный метод определения динамических характеристик нелинейных диссипативных систем на основе среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения, позволяющий обеспечить высокую помехозащищенность результатов вычислений.

4. Разработан структурный метод повышения устойчивости среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения, в основе которого лежит построение модифицированных линейно-параметрических дискретных моделей, инвариантных к уменьшению периода дискретизации при формировании выборки результатов наблюдений.

5. Разработан численный метод определения параметров кривых ползучести, в основе которого лежит линейно-параметрическая дискретная модель, описывающая данные эксперимента по построению уточненных моделей неупругого реологического деформирования материалов с целью прогнозирования индивидуальных деформационных свойств.

6. Построены линейно-параметрические дискретные модели и на их основе разработаны: численный метод определения параметров передаточной функции по кривой разгона объекта управления и численный метод определения диссипативных характеристик по резонансной кривой;

7. Построены и систематизированы линейно-параметрические дискретные модели, описывающие в форме разностных уравнений результаты измерений огибающей амплитуд колебаний нелинейной диссипативной системы и лежащие в основе численного метода определения параметров диссипативной системы.

8. Разработано программное обеспечение, реализующее устойчивые алгоритмы вычисления параметров диссипативной механической системы на основе линейно-параметрических дискретных моделей по результатам измерений различных по виду процессов, наблюдаемых на выходе системы, и предназначенное для использования в информационно-измерительных комплексах при оценке технического состояния механической системы.

9. На основе построенных линейно-параметрических дискретных моделей разработаны специализированные устройства для измерения диссипативных характеристик систем с линейно-вязким, кулоновым и турбулентным трением. Эти устройства защищены авторскими свидетельствами на изобретение, обладают повышенной точностью и быстродействием по сравнению с аналогами, просты в технической реализации.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНО В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ

МОНОГРАФИЯ

1. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений / Под ред. В.П. Радченко. – М.: Машиностроение, 2009. –344 с.

ПУБЛИКАЦИИ В ЖУРНАЛАХ, РЕКОМЕНДОВАННЫХ ВАК РОССИИ

2. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация линейной динамической системы на основе стохастических разностных уравнений // Математическое моделирование. – 2008. – Т. 20. – №9. – С. 120–128.

3. Зотеев В.Е. Определение динамических характеристик систем с турбулентным трением на основе стохастических разностных уравнений колебаний // Известия вузов. Машиностроение. 2008. №4. С. 30–40.

4. Радченко В.П., Зотеев В.Е. Определение динамических характеристик механической системы на основе стохастических разностных уравнений колебаний // Известия вузов. Машиностроение. –2007. – №1. – С. 3–10.

5. Семенычев В.К., Зотеев В.Е. Определение динамических характеристик колебательных систем с турбулентным трением. // Изв. вузов СССР. Приборостроение. – 1990. – № 11. – С. 42–45.

6. Зотеев В.Е. О сходимости итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2009. – № 1(18). – С. 133–141.

7. Зотеев В.Е. Определение параметров кривой разгона на основе стохастических разностных уравнений // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия техн. науки. – 2008. – № 2(22). – С. 29–37.

8. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация кривых ползучести на основе стохастических разностных уравнений // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. 2008, №1(16). С. 90–95.

9. Зотеев В.Е., Овсиенко А.С. Параметрическая идентификация специального уравнения Рикатти на основе стохастических разностных уравнений // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2008. – № 1(16). – С. 171–174.

10. Зотеев В.Е. Математические основы построения разностных уравнений для задач параметрической идентификации // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2008. – № 2(17). – С.192–202.

11. Заусаева М.А., Зотеев В.Е. Определение параметров испытательных импульсов на основе стохастических разностных уравнений // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2008. – № 2(17). – С. 262–267.

12. Зотеев В.Е., Заусаева М.А. Разработка и применение стохастических разностных уравнений для систем с кратными корнями характеристического уравнения // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т. 15. – Вып. 2. – С. 300.

13. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация динамических систем на основе разностных уравнений // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т. 15. – Вып. 2. – С. 300–301.

14. Зотеев В.Е., Иранова А.А. Повышение устойчивости среднеквадратичного оценивания коэффициентов стохастического разностного уравнения для сис-

тем с турбулентным трением // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т. 15. – Вып. 2. – С. 302.

15. Зотеев В.Е. Помехозащищенный метод определения параметров линейной динамической системы на основе импульсной характеристики // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2007. – № 1(14). – С.138–142.

16. Попова Д.Н., Зотеев В.Е. Разработка и исследование линейно параметрической дискретной модели амплитудно-частотной характеристики механической системы с линейно-вязким трением // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2007. – № 2(15). – С. 179–182.

17. Зотеев В.Е., Заусаева М.А. Помехозащищенный метод параметрической идентификации линейной динамической системы по ее импульсной характеристике // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2007. – Т. 14. – Вып. 2. – С. 299-300.

18. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Определение декремента колебаний на основе линейно-параметрической дискретной модели амплитудно-частотной характеристики системы с линейно-вязким трением // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2007. – Т. 14. – Вып. 2. – С. 300-301.

19. Зотеев В.Е. Сравнительный анализ методов определения динамических характеристик диссипативной системы // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2006. – № 43. – С. 153–158.

20. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Определение динамических характеристик нелинейных диссипативных систем на основе стохастического разностного уравнения // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2006. – № 42. – С. 162–168.

21. Зотеев В.Е. Итерационный метод среднеквадратичного оценивания параметров корреляционной функции распределения случайного поля неупругой реологической деформации // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2006. – № 42. – С.123–134.

22. Зотеев В.Е., Заусаева М.А. Определение постоянной времени последовательной активно-емкостной цепи на основе стохастического разностного уравнения // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2006. – Т. 13. – Вып. 5. – С. 906-907.

23. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Оценка нелинейности диссипативной системы на основе итерационного метода среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2006. – Т. 13. – Вып. 5. – С. 907-908.

24. Зотеев В.Е. Исследование и сравнительный анализ эффективности методов вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов линейно параметрических дискретных моделей колебаний систем с турбулентным трением // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2005. – № 34. – С.137–140.

25. Зотеев В.Е. Итерационный метод среднеквадратичного оценивания коэффициентов стохастического разностного уравнения колебания систем с турбу-

лентным трением // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2005. – № 38. – С.100–109.

26. Зотеев В.Е. Исследование и сравнительный анализ эффективности методов вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов линейно-параметрических дискретных моделей колебаний систем с турбулентным трением // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2005. – Т. 12. – Вып. 2. – С. 372.

27. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Оценка нелинейности сил трения на основе стохастического разностного уравнения колебаний диссипативной системы // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2005. – Т. 12. – Вып. 2. – С. 373.

28. Зотеев В.Е. Итерационный метод среднеквадратичного оценивания параметров корреляционной функции распределения случайного поля неупругой реологической деформации // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2005. – Т. 12. – Вып. 4. – С. 970-971.

29. Зотеев В.Е. Исследование устойчивости вычислений среднеквадратичных оценок коэффициентов авторегрессионной модели колебаний систем с турбулентным трением // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2004. – № 26. – С.180–185.

30. Зотеев В.Е. Повышение точности среднеквадратичных оценок коэффициентов линейно параметрических дискретных моделей колебаний систем с турбулентным трением // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.–мат. науки. – 2004. – № 30. – С.194–197.

31. Зотеев В.Е. Определение динамических характеристик диссипативных систем на основе авторегрессионных моделей // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2004. – Т. 11. – Вып. 3. – С. 644-645.

32. Зотеев В.Е. Обобщение метода наименьших квадратов при вычислении коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели колебаний систем с турбулентным трением // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2004. – Т. 11. – Вып. 4. – С. 818-819.

33. Зотеев В.Е. Исследование устойчивости авторегрессионных моделей колебаний систем с линейно вязким и турбулентным трением. // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2003. – № 19. – С.53–58.

34. Зотеев В.Е. Исследование устойчивости авторегрессионных моделей колебаний диссипативных систем // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2003. – Т. 10. – Вып. 3. – С. 653-654.

35. Зотеев В.Е. Исследование эффективности применения линейных дискретных моделей при определении параметров математических моделей в форме обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2002. – № 15.– С.161–167.

36. Зотеев В.Е. Построение разностных уравнений для повышения точности параметрической идентификации колебательных систем со слабой нелинейностью общего вида // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 2000. – № 9. – С. 169–173.

37. Зотеев В.Е. Разработка и исследование линейных дискретных моделей колебаний диссипативных систем // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физ.– мат. науки. – 1999. – № 7. – С. 170–177.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ В ДРУГИХ ЖУРНАЛАХ И СБОРНИКАХ НАУЧНЫХ ТРУДОВ

38. Семенычев В.К., Зотеев В.Е. Определение параметров затухающих колебаний на основе разностных схем // Проблемы прочности. – 1988. – № 12. – С. 101–105.

39. Зотеев В.Е., Овсиенко А.С. Параметрическая идентификация дробных осцилляторов на основе разностных уравнений // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Шестой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2009. – С. 61–68.

40. Зотеев В.Е. Применение стохастических разностных уравнений в задаче параметрической идентификации нелинейных диссипативных систем // Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов: Труды седьмой международной конференции: Сб. научн. тр. – Ульяновск: УлГУ, 2009. – С. 112.

41. Зотеев В.Е., Иранова А.А. Применение метода многих масштабов в задаче построения математической модели колебаний систем с турбулентным трением // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Шестой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2009. – С. 69–74.

42. Зотеев В.Е., Заусаева М.А. Параметрическая идентификация систем, описываемых дифференциальным уравнением Эйлера // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Шестой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2009. – С.54–61.

43. Зотеев В.Е. Исследование сходимости итерационной процедуры вычисления коэффициентов разностного уравнения. // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Шестой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2009. – С.47–54.

44. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Построение линейно-параметрической дискретной модели амплитудно-частотной характеристики нелинейной диссипативной системы // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Пятой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2008. – С.79–84.

45. Зотеев В.Е., Овсиенко А.С. Параметрическая идентификация систем, описываемых специальным уравнением Риккати, на основе стохастических разностных уравнений // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Пятой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2008. – С.71–79.

46. Зотеев В.Е., Иранова А.А. Исследование эффективности итерационной процедуры в задаче параметрической идентификации систем с турбулентным трением // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Пятой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2008. – С.64–71.

47. Зотеев В.Е., Заусаева М.А. Параметрическая идентификация типовых ударных воздействий по их амплитудно-частотной характеристике // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Пятой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2008. – С.58–64.

48. Зотеев В.Е., Голудин Е.П. К построению теории ползучести с экспоненциальным ядром на основе стохастических разностных уравнений // XVIII сессия Международной школы по моделям механики сплошной среды. Материалы Международной конференции: Сб. науч. тр.– Саратов: Изд. Саратовского университета, 2007. – С.137–140.

49. Зотеев В.Е., Иранова А.А. Повышение устойчивости среднеквадратичного оценивания коэффициентов разностного уравнения колебаний систем с турбулентным трением // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Четвертой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2007. – С. 59–63.

50. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Исследование помехозащищенности среднеквадратичного оценивания коэффициентов линейно параметрической дискретной модели амплитудно-частотной характеристики // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Четвертой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2007. – С.82–87.

51. Зотеев В.Е., Заусаева М.А. Применение стохастических разностных уравнений в задаче параметрической идентификации линейной динамической системы // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Четвертой Всерос. науч. конф. Часть 4: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2007. – С.54–58.

52. Зотеев В.Е. Параметрическая идентификация нелинейных диссипативных систем на основе современных информационных технологий // Нелинейный динамический анализ–2007: Тезисы докладов Международного конгресса, Санкт-Петербург, 4-8 июня 2007 г. –СПб.: Санкт-Петербургский госуниверситет, 2007. –С. 92.

53. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Итерационный метод среднеквадратичного оценивания коэффициентов стохастического разностного уравнения колебаний диссипативной системы // Перспективные информационные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении (ПИТ-2006). Труды научно-технической конференции с международным участием. Т. 2: Сб. науч. тр. – Самара: СГАУ, 2006. С. 19–24.

54. Зотеев В.Е., Попова Д.Н. Оценка погрешности вычисления динамических характеристик диссипативной системы при использовании разностных уравнений // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Третьей Всерос. науч. конф. Часть 2: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2006. – С.78–86.

55. Зотеев В.Е., Заусаева М.А. Метод последовательных приближений при среднеквадратичном оценивании параметров переходного процесса // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Третьей Всерос. науч. конф. Часть 2: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2006. – С.72–78.

56. Зотеев В.Е. Определение диссипативных характеристик механической системы на основе стохастических разностных уравнений // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Т. 1: Сб. научн. тр.– Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2006. –С. 57.

57. Зотеев В.Е. Среднеквадратичное оценивание параметров корреляционной функции распределения случайного поля неупругой реологической деформации // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Второй Всерос. науч. конф. Часть 2: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2005. – С.113–118.

58. Зотеев В.Е. Повышение устойчивости вычислений динамических характеристик систем с линейно-вязким трением // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Всерос. науч. конф. Часть 2: Сб. научн. тр. – Самара: СамГТУ, 2004. – С.103–106.

59. Зотеев В.Е. Построение линейных дискретных моделей колебаний диссипативных систем // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Тринадцатой межвуз. конф. Часть 2: Сб. науч. тр. – Самара: СамГТУ, 2003. – С. 40-42.

60. Зотеев В.Е. Построение разностных уравнений в задачах идентификации квазилинейных диссипативных систем // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды десятой научной межвузовской конференции. Часть 2: Сб. науч. тр. / Инж.акад. РФ, СамГТУ. – Самара: СамГТУ, 2000. – С. 46–50.

61. Зотеев В.Е., Зауэр Е.А., Дамм А.Э. Применение асимптотических разложений при математическом моделировании нелинейных диссипативных систем // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды девятой научной межвузовской конференции. Часть 2: Сб. науч. тр. / Инж.акад. РФ, СамГТУ. – Самара: СамГТУ, 1999. – С. 53–55.

62. Зотеев В.Е. Математические основы моделирования динамических процессов для задач идентификации нелинейных диссипативных систем // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды восьмой научной межвузовской конференции. Часть 2: Сб. науч. тр. / Инж.акад. РФ, СамГТУ. – Самара: СамГТУ, 1998. – С. 45–48.

63. Зотеев В.Е. Разработка и применение авторегрессионных моделей при определении динамических характеристик нелинейных диссипативных систем // Математическое моделирование систем и процессов управления: Сб. науч. тр. / СамГТУ. – Самара: 1997. – С. 34-38.

64. Зотеев В.Е. Математические модели колебаний нелинейных диссипативных систем при типовых тестовых воздействиях // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды Седьмой межвуз. конф. Часть 2: Сб. науч. тр. – Самара: СамГТУ, 1997. – С. 48-50.

65. Зотеев В.Е. Устойчивость алгоритмов идентификации нелинейных диссипативных систем на основе авторегрессионных моделей. // Математическое моделирование и краевые задачи. Труды шестой межвуз. конф. Часть 2: Сб. научн. тр. / Инж. акад. РФ, СамГТУ. – Самара: СамГТУ, 1996. – С. 151–153.

66. Зотеев В.Е. Математическое описание и определение на его основе динамических характеристик механических систем с гистерезисным трением // Неупругое деформации, прочность и надежность конструкций: Сб. науч. тр. СамГТУ. – Самара: СамГТУ, 1993. – С.145–151.

67. Зотеев В.Е. Идентификация диссипативных и жесткостных характеристик механических систем на основе линейных дискретных моделей // Надежность и неупругое деформирование конструкций: Сб. научн. тр./ Куйбышев. политехн. ин-т. – Куйбышев: КПТИ, 1990. – С. 152–159.

68. Семенычев В.К., Зотеев В.Е. Метод исследования вибраций в нелинейных механических системах на основе AP моделей // Новые методы и средства виброакустических исследований и диагностики: Сб. науч. тр. – Ленинград: 1990. – С. 62-68.

69. Зотеев В.Е. Оперативный метод оценки диссипативных и резонансных характеристик нелинейных механических систем // Надежность и прочность машиностроительных конструкций: Сб. науч. тр. / КПИ. – Куйбышев: 1988. – С.30-34.

70. Зотеев В.Е. Применение Z- преобразования в задачах параметрической идентификации нелинейных систем // Вопросы теории и проектирования систем автоматического регулирования и управления: Сб. науч. тр. – Уфа: Госкомиздат Башкирской АССР, 1986. – С. 124-127.

АВТОРСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

71. А.с. №1322198 (СССР), G 01 R 27/28, G 01 H 11/06. Устройство для измерения логарифмического декремента затухания колебаний. / В.К. Семенычев, В.Е. Зотеев. – №3986386/24–28; Заявлено 09.12.85; Опубл. 07.07.87, Бюл. № 25.

72. А.с. №1326931 (СССР), G 01 M 7/00, G 01 H 13/00. Способ определения параметров затухания и резонансной частоты механической системы с турбулентным трением. / В.К. Семенычев, В.Е. Зотеев. – №3894809/25–28; Заявлено 07.05.85; Опубл. 30.07.87, Бюл. № 28.

73. А.с. №1396000 (СССР), G 01 N 19/00. Устройство для измерения декремента колебаний в системах с турбулентным трением. / В.К. Семенычев, В.Е. Зотеев. – №4143470/24–28; Заявлено 06.11.86; Опубл. 15.05.88, Бюл. № 18.

74. А.с. №1397767 (СССР), G 01 M 7/00. Способ определения логарифмического декремента колебаний линейной механической системы. / В.К. Семенычев, В.Е. Зотеев. – №4049658/25–28; Заявлено 24.02.86; Опубл. 23.05.88, Бюл. № 19.

75. А.с. №1539682 (СССР), G 01 R 27/28. Устройство для измерения затухания колебаний в системах с турбулентным трением. / В.К.Семенычев, В.Е. Зотеев, А.Ю. Бучин. – №4358116/24–21; Заявлено 04.02.88; Опубл. 30.01.90, Бюл. № 4.

Автореферат отпечатан с разрешения диссертационного совета
Д 212.217.03 ГОУ ВПО Самарский государственный технический университет
(протокол №9 от 17 сентября 2009 г.)

Заказ № Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе.
ГОУ ВПО «Самарский государственный технический университет»
Отдел типографии и оперативной печати
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244