



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВПО «СамГТУ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ВЫСОКОТОЧНЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ
РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»

Самара 2014г.

Заусаев А.Ф.,

Методические указания по дисциплине «Высокоточные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений» / Самар. гос. техн. ун-т; Сост. *Заусаев А.Ф.* Самара, 2014г.

Методические указания предназначены для работы в аудитории и самостоятельной работы магистров по направлению подготовки 01.04.02 (010400.68) «Прикладная математика и информатика».

Печатается по решению методического совета Инженерно-экономического факультета

СОДЕРЖАНИЕ

1	Предисловие	4
2	Введение	8
3	Методические указания для самостоятельной работы обучающихся	10
4	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	30
4.1	Методические указания к лекционным занятиям	30
4.2	Методические указания к лабораторным работам	35
5	Вопросы для аттестации по дисциплине	58
6	Заключение	60
7	Литература	61

ПРЕДИСЛОВИЕ

Магистр по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика в соответствии с выбранными приоритетными видами профессиональной деятельности должен быть подготовлен к решению следующих профессиональных задач:

в научной и научно-исследовательской деятельности:

- изучение новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности;
- применение наукоемких технологий и пакетов программ для решения прикладных задач в области физики, химии, биологии, экономики, медицины, экологии; изучение информационных систем методами математического прогнозирования и системного анализа;
- изучение больших систем современными методами высокопроизводительных вычислительных технологий, применение современных суперкомпьютеров в проводимых исследованиях;
- исследование и разработка математических моделей, алгоритмов, методов, программного обеспечения, инструментальных средств по тематике проводимых научно-исследовательских проектов;
- составление научных обзоров, рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований;
- участие в работе научных семинаров, научно-тематических конференций, симпозиумов;
- подготовка научных и научно-технических публикаций;

в проектной и производственно-технологической деятельности:

- исследование математических методов моделирования информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно-исследовательских прикладных задач или опытно-конструкторских работ;
- исследование автоматизированных систем и средств обработки информации, средств администрирования и методов управления безопасностью компьютерных сетей;
- изучение элементов проектирования сверхбольших интегральных схем, моделирование и разработка математического обеспечения оптических или квантовых элементов для компьютеров нового поколения;
- разработка программного и информационного обеспечения компьютерных сетей, автоматизированных систем вычислительных комплексов, сервисов, операционных систем и распределенных баз данных;
- разработка и исследование алгоритмов, вычислительных моделей и моделей данных для реализации элементов новых (или известных) сервисов систем информационных технологий;

- разработка архитектуры, алгоритмических и программных решений системного и изучение языков программирования, алгоритмов, библиотек и пакетов программ, прикладного программного обеспечения;
- продуктов системного и прикладного программного обеспечения;
- изучение и разработка систем цифровой обработки изображений, средств компьютерной графики, мультимедиа и автоматизированного проектирования;
- развитие и использование инструментальных средств, автоматизированных систем в научной и практической деятельности;

в педагогической деятельности:

- владение методикой преподавания учебных дисциплин;
- владение методами электронного обучения;
- консультирование по выполнению курсовых и дипломных работ студентов образовательных учреждений высшего профессионального и среднего профессионального образования по тематике в области прикладной математики и информационных технологий;
- проведение семинарских и практических занятий по общематематическим дисциплинам, а также лекционных занятий по профилю специализации.

Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями:

- способностью понимать философские концепции естествознания, владеть основами методологии научного познания при изучении различных уровней организации материи, пространства и времени (ОК-1);
- способностью иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития (ОК-2);
- способностью использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики (ОК-3);
- способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОК-4);
- способностью порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе (ОК-5);
- способностью совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности (ОК-6);

- способностью и готовностью к активному общению в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности (ОК-7);
- способностью свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения; способностью к активной социальной мобильности (ОК-8);
- способностью использовать углубленные знания правовых и этических норм при оценке последствий своей профессиональной деятельности, при разработке и осуществлении социально значимых проектов (ОК-9).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями:

- способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты (ПК-1);
- способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);
- проектная и производственно-технологическая деятельность: способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3);
- способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-4);
- организационно-управленческая деятельность: способностью управлять проектами (подпроектами), планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта (ПК-5);
- способностью организовывать процессы корпоративного обучения на основе технологий электронного и мобильного обучения и развития корпоративных баз знаний (ПК-6);
- нормативно-методическая деятельность: способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-7);
- педагогическая деятельность: способностью проводить семинарские и практические занятия с обучающимися, а также лекционные занятия спецкурсов по профилю специализации (ПК-8);
- способностью разрабатывать учебно-методические комплексы для электронного и мобильного обучения (ПК-9);
- способностью разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий по профильной направленности ООП магистратуры (ПК-10);
- способностью работать в международных проектах по тематике специализации (ПК-11);

- способностью участвовать в деятельности профессиональных сетевых сообществ по конкретным направлениям (ПК-12);
- социально ориентированная: способностью осознавать корпоративную политику в области повышения социальной ответственности бизнеса перед обществом, принимать участие в ее развитии (ПК-13);
- социально ориентированная деятельность: способность использования основ защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий и применения современных средств поражения, основных мер по ликвидации их последствий, способность к общей оценке условий безопасности жизнедеятельности (ПК-13);
- способность реализации решений, направленных на поддержку социально значимых проектов, на повышение электронной грамотности населения, обеспечения общедоступности информационных услуг (ПК-14).

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Высокоточные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений» является формирование общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для реализации преимущественно следующих видов деятельности: научной и научно-исследовательской, а также педагогической:

ОК-2 Способность иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития;

ОК-3 Способность использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики;

ПК-2 Способность разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач.

Задачами изучения дисциплины выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине **знаний**:

- об основных численных методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений их свойства, источники погрешностей и их оценки;

- об основных первоисточниках по методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений;

- об основных современных аналитических и численных методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений;

- об основных методах моделирования научных и технических задач при помощи дифференциальных уравнений;

умений:

- использовать конкретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;

- разрабатывать образовательные программы по курсу современных численных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений;

- применять численные методы решения задач, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями;

- ориентироваться в круге основных проблем, возникающих при решении обыкновенных дифференциальных уравнений современными численными методами

навыков:

- использования основных приемов численного решения математических задач;

- педагогической деятельности по курсу обыкновенные дифференциальные уравнения;

- решения практических задач сводящихся к обыкновенным дифференциальным уравнениям;

- разработки эффективных численных методов для решения конкретных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с дискретными разностными методами решения задач, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями; с анализом вопросов сходимости, устойчивости и источников погрешностей, возникающих при решении дифференциальных уравнений.

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ВЫСОКОТОЧНЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»**

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составляющих учебного процесса, в ходе которого происходит формирование знаний, умений и навыков в учебной, научно-исследовательской, профессиональной деятельности, формирование общекультурных и профессиональных компетенций будущего магистра.

Учебно-методическое обеспечение создаёт среду актуализации самостоятельной творческой активности студентов, вызывает потребность к самопознанию, самообучению. Таким образом, создаются предпосылки «двойной подготовки» - личностного и профессионального становления.

Для успешного осуществления самостоятельной работы необходимы:

1. Комплексный подход организации самостоятельной работы по всем формам аудиторной работы;
2. Сочетание всех уровней (типов) самостоятельной работы, предусмотренных рабочей программой;
3. Обеспечение контроля за качеством усвоения.

Методические материалы по самостоятельной работе студентов содержат целевую установку изучаемых тем, списки основной и дополнительной литературы для изучения всех тем дисциплины, теоретические вопросы и вопросы для самоподготовки, усвоив которые магистрант может выполнять определенные виды деятельности (предлагаемые на практических, семинарских, лабораторных занятиях), методические указания для студентов.

1.1 Виды самостоятельной работы

Рабочей программой дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов подготовка к лабораторным работам, подготовка отчета по лабораторным работам, подготовка к контрольной работе и подготовка к экзамену.

1.2 Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к текущим аудиторным занятиям;

- для овладения знаниями: чтение текста (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций); составление плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; работа со словарями и справочниками; работа с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование аудио- и видеозаписей; компьютерной техники, Интернет и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции (обработка текста); аналитическая работа с фактическим материалом (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций, аудио- и видеозаписей); составление плана и тезисов ответа; составление таблиц и схем для систематизации фактического материала; изучение нормативных материалов; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование и др.); подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка рефератов, докладов; составление библиографии; тестирование и др.;

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем; выполнение расчетно-графических работ; решение ситуационных производственных (профессиональных) задач; подготовка к деловым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности; подготовка курсовых и дипломных работ (проектов); экспериментально-конструкторская работа; исследовательская и проектная работа.

1.2.1 Проработка теоретического материала (учебниками, первоисточниками, дополнительной литературой);

При изучении нового материала на лекциях, освещаются наиболее важные и сложные вопросы учебной дисциплины, вводится новый фактический материал.

Поэтому к каждому последующему занятию студенты готовятся по следующей схеме:

- разобраться с основными положениями предшествующей лекции;
- изучить соответствующие темы в учебных пособиях.

1.2.2 Работа с дополнительной учебной и научной литературой.

Включает в себя составление плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; конспектирование научных статей заданной тематики.

1.2.3 Составление презентаций на темы лекций

Практические рекомендации по созданию презентаций

Создание презентации состоит из трех этапов:

1. Планирование презентации – это многошаговая процедура, включающая определение целей, изучение аудитории, формирование структуры и логики подачи материала.

2. Разработка презентации – методологические особенности подготовки слайдов презентации, включая вертикальную и горизонтальную логику, содержание и соотношение текстовой и графической информации.

3. Репетиция презентации – это проверка и отладка созданной презентации.

1.2.4 Перечень тем, выносимых для самостоятельной работы студентов

Одним из видов самостоятельной работы, позволяющей студенту более полно освоить учебный материал, является подготовка сообщений (докладов), эссе, реферата.

Доклад – это научное сообщение на семинарском занятии, заседании студенческого научного кружка или студенческой конференции.

Эссе – жанр философской, литературно-критической, историко-биографической, публицистической прозы, сочетающий подчеркнуто индивидуальную позицию автора с непринужденным, часто парадоксальным изложением, ориентированным на разговорную речь.

Реферат – это краткое изложение современной научной и учебной литературы, журнальных и газетных публикаций, статистических материалов по конкретной теме.

Процесс написания реферата включает в себя несколько этапов:

выбор темы реферата;

поиск научной и учебной литературы по выбранной теме и ее обзор;

разработка плана реферата;

написание содержания реферата;

оформление реферата в соответствии с требованиями;

сдача реферата преподавателю и его защита перед аудиторией

оценка реферата (оценивается уровень полноты проведенного исследования; качество оформления работы; самостоятельность студента, творческая инициатива и умение защищать принятые решения).

Следует выделить подготовку к экзаменам, зачетам, защитами как особый вид самостоятельной работы. Основное его отличие от других видов самостоятельной работы состоит в том, что обучающиеся решают задачу актуализации и систематизации учебного материала, применения приобретенных знаний и умений в качестве структурных элементов компетенций, формирование которых выступает целью и результатом освоения образовательной программы.

Целью самостоятельной работы магистров является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС по дисциплине являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать справочную документацию, специальную литературу и информационные ресурсы Интернет;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Подготовка к лабораторным работам:

Лабораторные работы являются эффективным способом закрепления теоретического материала и формирования у студентов навыков самостоятельного решения научных и производственных задач.

Подготовка к лабораторным работам включает предварительное ознакомление с необходимым теоретическим материалом по конспекту лекций и/или методическим указаниям к лабораторным работам. Необходимым условием своевременного и качественного выполнения лабораторной работы является также освоение студентом программной среды, в которой будет выполняться работа. Рекомендуется при подготовке к лабораторной работе повторить материал, содержащий описание интерфейса программной среды и её возможностей.

Подготовка отчетов к лабораторным работам:

В течении лабораторного занятия обучающемуся необходимо выполнить индивидуальные задания, выданные преподавателем, а затем оформить выполнение работы в виде отчёта в соответствии с нижеизложенными *указаниями по оформлению отчётов*.

1. Отчеты по лабораторным работам готовятся в электронном виде.
2. Отчет должен включать титульный лист и результаты выполнения лабораторных работ за весь семестр.
3. В отчете по каждой лабораторной работе указываются:
 - формулировка задания;

- программный код;
 - результат выполнения программы в соответствии с индивидуальным вариантом;
 - оценка количества шагов алгоритма и его эффективность.
4. Отчеты по всем лабораторным работам сдаются преподавателю в конце семестра.

Защита лабораторных работ осуществляется демонстрацией выполненных работ, ответами на контрольные вопросы и отчётами по лабораторным работам. Защита лабораторных работ осуществляется обучающимся по мере выполнения лабораторных работ и относится к самостоятельной работе обучающегося под руководством преподавателя.

Лабораторная работа № 1

ДИСКРЕТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОДНОШАГОВЫМИ МЕТОДАМИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ МЕТОДАМИ ЭЙЛЕРА И ХОЙНА.

Целью самостоятельной работы студента является овладение фундаментальными знаниями в области решения обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю – Прикладная математика и информатика, опытом творческой, исследовательской деятельности.

- 1.1** Подготовка к лабораторным занятиям по темам: решения ОДУ одношаговыми методами
Проработка нового материала по лекциям и рекомендованной учебной литературе.
- 1.2** Разработка алгоритмов для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений одношаговыми методами.
- 1.3** Составление программ для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений одношаговыми методами программ.

Требования к подготовке и оформлению результатов лабораторной работы.

Подготовка к лабораторной работе:

- изучить теоретический материал,

1. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).

2. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (учебное пособие).

- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями;

Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (методические указания).

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы;
- выводы.

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Задание 2. Составить алгоритмы и программы для решения индивидуальных заданий методами Эйлера и Хойна.

Задание 3. Используя простейшие одношаговые методы Эйлера и Хойна, решить систему на отрезке $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$. Результаты вычислений представить с шагом 0.1 .

Задание 4. Оценить погрешность численных решений.

Решить пример. Решить задачу Коши для системы уравнений методами Эйлера и Хойна

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 2y \end{cases}, \quad x(0)=2; \quad y(0)=2,$$

методами Эйлера и Хойна с шагом $h=0.1, 0.01, 0.001$ на отрезке $[0,2]$.

Оценить погрешность численных решений.

Найти аналитическое решение данной системы.

Контрольные вопросы

1. Разновидностью, каких методов являются методы Эйлера и Хойна?
2. Какому порядку точности соответствуют методы Эйлера и Хойна?

3. Какой из методов обладает большей областью устойчивости: метод Эйлера или метод Хойна?

Лабораторная работа № 2

СХОДИМОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ.

ФОРМИРОВАНИЕ ТАБЛИЦЫ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Целью данной самостоятельной работы студента является овладение знаниями в области решения обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами, профессиональными умениями и навыками решения прикладных задач, описываемые дифференциальными уравнениями.

2.1 Подготовка к лабораторным занятиям по теме Формирование таблицы начальных значений для многошаговых методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

2.2 Разработка алгоритмов и программ для нахождения начальных данных на ряд моментов для решения дифференциальных уравнений многошаговыми методами.

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

Подготовка к лабораторной работе:

- *изучить теоретический материал:*

1. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).

2. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

- *подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;*

- *разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями:*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).

2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных

дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (учебное пособие).

- проанализировать полученное решение и сделать выводы.

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Построить таблицу пяти начальных значений для дальнейшего решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений методами Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона. Задание выполнить для различных значений шага интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 2. Оценить погрешность между аналитическим и приближенным решениями. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Задание 3. Построить таблицу пяти начальных значений для дальнейшего решения дифференциального уравнения второго порядка методами Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона. Задание выполнить для различных значений шага интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 4. Оценить погрешность между аналитическим и приближенным решениями. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Решить пример 2.1. Построить таблицу пяти начальных значений с шагом $h=0.1, 0.01, 0.001$ для дальнейшего решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 2y \end{cases}, \quad x(0)=2; \quad y(0)=2,$$

Решить пример 2.2. Построить таблицу пяти начальных значений с шагом $h=0.1, 0.01, 0.001$ для дальнейшего решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

Контрольные вопросы

1. Какие трудности возникают при использовании многошаговых методов?
2. Какие методы рекомендуется использовать для закладки начальных данных для многошаговых методов?
3. Какая зависимость между порядком многошагового метода и количеством неизвестных начальных данных.

Лабораторная работа № 3
ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ КОШИ. ЧИСЛЕННОЕ
ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
МЕТОДОМ АДАМСА-БЭШФОРТА

Целью данной самостоятельной работы студента является овладение знаниями в области решения обыкновенных дифференциальных уравнений многошаговыми методами, профессиональными умениями и навыками решения прикладных задач, многошаговыми методами.

- 3.1 Подготовка к лабораторным занятиям по темам: проработка материала связанного с вопросами согласованности, сходимости, устойчивости и оценке погрешностей задачи Коши по лекциям и рекомендованной учебной литературе . Разработка алгоритмов и программ для решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса- Бэшфорта 2-го и 3-го порядков. Составление алгоритмов и программ для решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса- Бэшфорта 4-го и 5-го порядков.
- 3.2 Оформление отчета по лабораторной работе «Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса-Бэшфорта»

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

Подготовка к лабораторной работе:

- изучить теоретический материал:

1. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
2. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;

- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями:

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).

2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).

-разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ.

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается отличие многошаговых методов от одношаговых?
2. Обладают ли методы Адамса-Бэшфорта сильной устойчивостью?
3. Какие трудности возникают при использовании многошаговых методов?

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го, 4-го и 5-го порядков систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го, 4-го и 5-го порядков обыкновенное дифференциальное уравнение на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 3. Оценить погрешность численных решений.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 2y \end{cases}, \quad x(0)=2; \quad y(0)=2,$$

на интервале времени $[0;2]$, применяя методы Адамса-Бэшфорта 2-го,3-го,4-го и 5-го порядков.

Оценить погрешность численных решений.

Аналитическое решение данной системы обыкновенных дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} x = e^{2t} + 1 \\ y = 2e^{2t} \end{cases}.$$

Лабораторная работа № 4

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С РАЗЛИЧНЫМ ПОРЯДКОМ И ШАГОМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ.

4.1 Подготовка к лабораторным занятиям по темам: проработка материала связанного с общими вопросами реализации алгоритмов при решении обыкновенных дифференциальных уравнений одношаговыми методами.

4.2 Оформление отчета по лабораторной работе «Общие вопросы реализации алгоритмов»

Требования к представлению и оформлению результатов лабораторной работы.

Подготовка к лабораторной работе:

- *изучить теоретический материал:*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

2. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. — М.: Высшая школа, 2009. — 840с

- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;

- *разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями:*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).

2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных

дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (учебное пособие).

3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (учебное пособие).

-разработать программу на алгоритмическом языке;

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- анализ полученного решения;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается отличие многошаговых методов от одношаговых?
2. Обладают ли методы Рунге-Кутты сильной устойчивостью?
3. Какие трудности возникают при использовании многошаговых методов?

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить одношаговыми методами Эйлера и Рунге-Кутты 2-го и 3-го порядков систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Задание 3. Оценить погрешность численных решений.

Лабораторная работа № 5

РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ РУНГЕ-КУТТЫ. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ РУНГЕ-КУТТЫ.

Целью самостоятельной работы студента является овладение фундаментальными знаниями в области решения обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю – Прикладная математика и информатика, опытом творческой, исследовательской деятельности.

4.1 Подготовка к лабораторным занятиям по темам: разработка алгоритмов и программ для решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

4.2 Оформление отчета по лабораторной работе «Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты».

Подготовка к лабораторной работе:

- изучить теоретический материал:

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

2. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. — М.: Высшая школа, 2009. — 840с.

- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;

- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями:

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).

2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).

3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).

-разработать программу на алгоритмическом языке;

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;

- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- анализ полученных результатов;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество многошаговых методов над одношаговыми?
2. Обладают ли методы Рунге-Кутты 4-го порядка сильной устойчивостью?
3. Какие трудности возникают при использовании одношаговых методов?

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить одношаговыми методами Эйлера и Рунге-Кутты 4-го порядка систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Задание 3. Оценить погрешность численных решений.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

РЕАЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ АДАМСА-МУЛТОНА

Целью данной самостоятельной работы студента является овладение знаниями в области решения обыкновенных дифференциальных уравнений многошаговыми методами, профессиональными умениями и навыками решения прикладных задач, многошаговыми методами

6.1 Подготовка к лабораторным занятиям по темам: разработка алгоритмов и программ для нахождения начальных данных на ряд моментов для решения дифференциальных уравнений многошаговыми методами. Разработка алгоритмов и программ для решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса-Мултона 2-го и 3-го порядков. Разработка

алгоритмов и программ для решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса-Мултона 4-го и 5-го порядков.

6.2 Оформление отчета по лабораторной работе «Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса-Мултона».

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

Подготовка к лабораторной работе:

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал:

1. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М: Наука, 1989. 432 с.

- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями:

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).
2. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

-разработать программу на алгоритмическом языке.

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество метода Адамса-Мултона по сравнению с методом Адамса-Бэшфорта?

2. Является ли метод Адамса-Мултона нуль устойчивым?
3. Какими способами можно производить численное решение дифференциального уравнения методом Адамса-Мултона?

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Мултона 3-го, 4-го и 5-го порядков систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Мултона 3-го, 4-го и 5-го порядков обыкновенное дифференциальное уравнение на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 3. Оценить погрешность численных решений.

Лабораторная работа № 7

МЕТОДЫ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ.

Целью данной самостоятельной работы студента является овладение знаниями в области решения обыкновенных дифференциальных уравнений многошаговыми методами, профессиональными умениями и навыками решения прикладных задач, многошаговыми методами

7.1 Подготовка к лабораторным занятиям по теме: «Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений методом экстраполяции». Разработка алгоритмов и программ для решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом экстраполяции.

7.2 Оформление отчета по лабораторной работе «Методы экстраполяции Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений методом экстраполяции.».

Требования к представлению и оформлению результатов лабораторной работы.

Подготовка к лабораторной работе:

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- *изучить теоретический материал:*

1. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
2. Холл Д., Уатт Д. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1979. 312 с.

- *разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями:*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).
2. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

-*разработать программу на алгоритмическом языке.*

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество метода экстраполяции Грэга-Буллирша-Штера по сравнению с многошаговыми методами?
2. Является ли метод экстраполяции Грэга-Буллирша-Штера нуль устойчивым?

3. Какими способами можно производить численное решение дифференциального уравнения методом экстраполяции Грэга-Буллриша-Штера?

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами экстраполяции Ричардсона 3-го, 4-го и 5-го порядков систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами экстраполяции Грэга-Буллриша-Штера обыкновенное дифференциальное уравнение на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 3. Оценить погрешность численных решений.

Лабораторная работа № 8

ЖЕСТКИЕ ЗАДАЧИ. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ, СХОДИМОСТИ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ И ГЛОБАЛЬНЫХ ОШИБОК ДИСКРЕТИЗАЦИИ ОДНОШАГОВЫХ И МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ.

Целью данной самостоятельной работы студента является овладение знаниями в области решения обыкновенных дифференциальных уравнений многошаговыми методами, профессиональными умениями и навыками решения прикладных задач, многошаговыми методами.

8.1 Подготовка к лабораторным занятиям по теме: «Жесткие задачи обыкновенных дифференциальных уравнений». Проработка материала связанного с вопросами сходимости, устойчивости для жестких систем дифференциальных уравнений. Разработка алгоритмов и программ для решения жестких задач одношаговыми методами. Разработка алгоритмов и программ для решения жестких задач многошаговыми методами.

8.2 Оформление отчета по лабораторной работе «Исследование устойчивости, сходимости и вычисление локальных и глобальных ошибок дискретизации одношаговых и многошаговых методов».

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

Подготовка к лабораторной работе:

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- *изучить теоретический материал:*

1. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
2. Холл Д., Уатт Д. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1979. 312 с.

- *разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями :*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).
2. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

Подготовка отчета к лабораторной работе:

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество метода одношаговых методов по сравнению с многошаговыми методами при решении жестких задач?
2. Какие многошаговые методы являются нуль устойчивыми?

3. Какими методами можно решать жесткие задачи.

Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить одношаговыми и многошаговыми методами до 5-го порядка включительно систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить одношаговыми и многошаговыми методами до 5-го порядка обыкновенное дифференциальное уравнение на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Задание 3. Оценить погрешность численных решений.

Подготовка к экзамену :

При подготовке к зачёту/экзамену магистрант в короткий срок прорабатывает содержание лекций по своему конспекту и, при необходимости, по рекомендованным учебникам. На каждый вопрос студент должен написать план ответа, кратко перечислить и запомнить основные факты и положения. На этапе подготовки к экзамену магистрант интегрирует информацию, относящуюся к разным разделам лекционного материала, лучше понимает взаимосвязь различных фактов и положений дисциплины, восполняет пробелы в своих знаниях.

СОДЕРЖАНИЕ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ
ДИСЦИПЛИНЫ
«ВЫСОКОТОЧНЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛЕКЦИОННЫМ ЗАНЯТИЯМ

Лекция представляет собой систематическое устное изложение учебного материала. С учетом целей и места в учебном процессе различают лекции вводные, установочные, текущие, обзорные и заключительные. В зависимости от способа проведения выделяют лекции:

- *Информационные;*
- *Проблемные;*
- *Визуальные;*
- *бинарные (лекция-диалог);*
- *лекции-провокации;*
- *лекции-конференции;*
- *лекции-консультации;*
- *лекции-беседы;*
- *лекция с эвристическими элементами;*
- *лекция с элементами обратной связи;*
- *лекция с решением производственных и конструктивных задач;*
- *лекция с элементами самостоятельной работы студентов;*
- *лекция с решением конкретных ситуаций;*
- *лекция с коллективным исследованием;*
- *лекции спецкурсов.*

По дисциплине **«Высокоточные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений»** применяется следующие способы проведения лекции:

✓ *информационные* – проводятся с использованием объяснительно иллюстративного метода изложения; это традиционный для высшей школы тип лекций;

✓ *лекции-беседы.* В названном виде занятий планируется диалог с аудиторией, это наиболее простой способ индивидуального общения, построенный на непосредственном контакте преподавателя и студента, который позволяет привлекать к двухстороннему обмену мнениями по наиболее важным вопросам темы занятия, менять темп изложения с учетом особенности аудитории. В начале лекции и по ходу ее преподаватель задает слушателям

вопросы не для контроля усвоения знаний, а для выяснения уровня осведомленности по рассматриваемой проблеме. Вопросы могут быть элементарными: для того, чтобы сосредоточить внимание, как на отдельных нюансах темы, так и на проблемах. Продумывая ответ, студенты получают возможность самостоятельно прийти к выводам и обобщениям, которые хочет сообщить преподаватель в качестве новых знаний. Необходимо следить, чтобы вопросы не оставались без ответа, иначе лекция будет носить риторический характер.

✓ *лекции спецкурсов*

Большое научное и образовательное значение имеют по узкому кругу вопросов, с более глубоким научным содержанием. Главная их задача – поиски новых путей в решении тех или иных научных проблем. На лекциях спецкурсов преподаватель излагает результаты собственной научной или производственной деятельности.

РАЗДЕЛ 1. ДИСКРЕТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Лекция 1 информационные

Рассматриваемые темы

Введение в дискретные методы.

Методы разложения в ряд Тейлора.

Методы Рунге-Кутты.

Линейные многошаговые методы Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона..

Источники погрешностей.

РАЗДЕЛ 2 . СХОДИМОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ

Лекция 2 информационные

Рассматриваемые темы

Сходимость и устойчивость.

Согласованность.

Области абсолютной устойчивости.

Относительная устойчивость.

Порядок нуль устойчивых многошаговых методов.

Области абсолютной и относительной устойчивости.

РАЗДЕЛ 3. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ КОШИ.

Лекция 3 лекция-беседа

Рассматриваемые темы

Оценка погрешностей численных методов для задачи Коши.

Разностные аппроксимации.

Локальная погрешность дискретизации.

Оценка локальной погрешности одношаговых и предсказывающее-исправляющих методов.

РАЗДЕЛ 4. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ

Лекция 4 лекция спецкурс

Рассматриваемые темы

Общие вопросы реализации алгоритмов.

Структура программы интегрирования.

Список параметров программы интегрирования.

Ошибки округления.

РАЗДЕЛ 5. РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ РУНГЕ-КУТТЫ

Лекция 5 информационные

Рассматриваемые темы

Методы Рунге-Кутты.

Вывод конкретных методов.

Методы с оценкой погрешности.

Погрешность аппроксимации.

Оптимальный выбор шага и порядка.

РАЗДЕЛ 6. РЕАЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ

Лекция 6 лекция-беседа

Рассматриваемые темы

Линейные многошаговые методы.

Пошаговые алгоритмы.

Изменение шага.

Оценка погрешности Методы Адамса для уравнений более высокого порядка.

Программа с переменным шагом и переменным порядком.

РАЗДЕЛ 7. МЕТОДЫ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

Лекция 7 информационные

Рассматриваемые темы

Методы экстраполяции.
Экстраполяция Ричардсона.
Рациональная экстраполяция.
Метод Грэга-Буллирша-Штера.
Реализация рекуррентных формул.

РАЗДЕЛ 8. ЖЕСТКИЕ ЗАДАЧИ

Лекция 8 лекция спецкурс

Рассматриваемые темы

Введение в теорию жестких задач.
Жесткая задача Коши.
Устойчивость для жестких задач

РАЗДЕЛ 8. ЖЕСТКИЕ ЗАДАЧИ

Лекция 9 лекция спецкурс

Рассматриваемые темы

Применение неявных методов для решения жестких задач.
Способы выбора шага

Написание конспекта лекций:

Лекции являются эффективным видом занятий для формирования у студентов способности быстро воспринимать новые факты, идеи, обобщать их, а также самостоятельно мыслить.

Лектор излагает теоретический и практический материал, относящийся к основному курсу. Из большого числа монографий, учебников, сборников лектор выбирает самое главное, помогает усвоить логику рассуждений. Интонацией голоса и манерой изложения лектором подчеркивает наиболее существенное, выделяет главное и второстепенное. Наиболее важные положения лекции записываются под диктовку лектора.

Студенту следует научиться понимать и основную идею лекции, а также, следуя за лектором, участвовать в усвоении новых мыслей. Но для этого надо быть подготовленным к восприятию очередной темы. Время, отведенное на лекцию, можно считать использованным полноценно, если студенты понимают задачи лекции, если работают вместе с лектором, а не бездумно ведут конспект.

Подготовленным можно считать такого студента, который, присутствуя на лекции, усвоил ее содержание, а перед лекцией просмотрел конспект предыдущей лекции или

учебник. После окончания крупного раздела курса рекомендуется проработать его по конспектам и учебникам.

Для наиболее важных дисциплин, вызывающих наибольшие затруднения, рекомендуется перед каждой лекцией просматривать содержание предстоящей лекции по учебнику с тем, чтобы лучше воспринять материал лекции. В этом случае предмет усваивается настолько, что перед экзаменом остается сделать немного для закрепления знаний.

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

Лабораторная работа № 1

ДИСКРЕТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОДНОШАГОВЫМИ МЕТОДАМИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ МЕТОДАМИ ЭЙЛERA И ХОЙНА.

Задание. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя простейшие одношаговые методы Эйлера и Хойна, решить систему на отрезке $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$. Результаты вычислений представить с шагом 0.1 .

Оценить погрешность численных решений.

Пример. Решить задачу Коши для системы уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 2y \end{cases}, \quad x(0)=2; \quad y(0)=2,$$

методами Эйлера и Хойна с шагом $h=0.1, 0.01, 0.001$ на отрезке $[0,2]$.

Оценить погрешность численных решений.

Аналитическое решение данной системы обыкновенных дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} x = e^{2t} + 1 \\ y = 2e^{2t} \end{cases}.$$

При решении задачи методами Эйлера и Хойна соответственно используем формулы

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + h \cdot f(x_n, y_n))}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

где $y = \{y^{(1)}(x), y^{(2)}(x), \dots, y^{(k)}(x)\}$ – вектор решений системы уравнений, x – аргумент, $f(x, y) = \{f^{(1)}(x, y), f^{(2)}(x, y), \dots, f^{(k)}(x, y)\}$ – вектор-функция правых частей системы уравнений, h – шаг интегрирования.

*Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения
лабораторной работы*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (методические указания).
2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (учебное пособие).
3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (учебное пособие).

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [2,3];
- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1];
- разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;

- проанализировать полученное решение и сделать выводы;
- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. Разновидностью, каких методов являются методы Эйлера и Хойна?
2. Какому порядку точности соответствуют методы Эйлера и Хойна?
3. Какой из методов обладает большей областью устойчивости: метод Эйлера или метод Хойна?

Лабораторная работа № 2

СХОДИМОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ.

ФОРМИРОВАНИЕ ТАБЛИЦЫ НАЧАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Задание 1. Построить таблицу пяти начальных значений для дальнейшего решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений методами Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона. Задание выполнить для различных значений шага интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность между аналитическим и приближенным решениями. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Задание 2. Построить таблицу пяти начальных значений для дальнейшего решения дифференциального уравнения второго порядка методами Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона. Задание выполнить для различных значений шага интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность между аналитическим и приближенным решениями. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Для закладки таблицы начальных значений использовать разложение решения заданной системы в ряды Маклорена:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{(k)}(0)}{k!} t^k \qquad y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^{(k)}(0)}{k!} t^k .$$

Вычисляем коэффициенты рядов

$$\begin{aligned} \dot{x}(0) = 2, & \quad \ddot{x}(0) = 4, & \quad \dddot{x}(0) = 8, & \quad x^{(IV)}(0) = 16, & \quad x^{(V)}(0) = 32, \\ \dot{y}(0) = 4, & \quad \ddot{y}(0) = 8, & \quad \dddot{y}(0) = 16, & \quad y^{(IV)}(0) = 32, & \quad y^{(V)}(0) = 64. \end{aligned}$$

Ограничиваясь в разложении шестью первыми членами, получаем формулы для приближенного вычисления x_n и y_n с шагом интегрирования h ($t = nh$, $n = 0, 1, 2, 3, 4$)

$$x_n = 2 + \frac{2}{1!}nh + \frac{4}{2!}(nh)^2 + \frac{8}{3!}(nh)^3 + \frac{16}{4!}(nh)^4 + \frac{32}{5!}(nh)^5,$$

$$y_n = 2 + \frac{4}{1!}nh + \frac{8}{2!}(nh)^2 + \frac{16}{3!}(nh)^3 + \frac{32}{4!}(nh)^4 + \frac{64}{5!}(nh)^5,$$

где $n=0,1,2,3,4$.

*Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения
лабораторной работы*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).
2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
4. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [3,4];
- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1,2];
- разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы;
- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;

- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. Какие трудности возникают при использовании многошаговых методов?
2. Какие методы рекомендуется использовать для закладки начальных данных для многошаговых методов?
3. Какая зависимость между порядком многошагового метода и количеством неизвестных начальных данных.

Лабораторная работа № 3

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ КОШИ. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ АДАМСА-БЭШФОРТА

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го, 4-го и 5-го порядков систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го, 4-го и 5-го порядков обыкновенное дифференциальное уравнение на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

При решении задачи методами Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го, 4-го и 5-го порядков, соответственно используем формулы (1), (2), (3) и (4):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})), \quad n = 1, 2, \dots$$

(1)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{23f(x_n, y_n) - 16f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 5f(x_{n-2}, y_{n-2})}{12}, \quad n = 2, 3, \dots$$

(2)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{55f(x_n, y_n) - 59f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 37f(x_{n-2}, y_{n-2}) - 9f(x_{n-3}, y_{n-3})}{24}, \quad n = 3, 4, \dots$$

(3)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{190f(x_n, y_n) - 2774f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 2616f(x_{n-2}, y_{n-2}) - 1274f(x_{n-3}, y_{n-3}) + 251f(x_{n-4}, y_{n-4})}{720},$$

$n = 4, 5, \dots$

(4)

где $y = \{y^{(1)}(x), y^{(2)}(x), \dots, y^{(k)}(x)\}$ – вектор решений системы уравнений, x – аргумент, $f(x, y) = \{f^{(1)}(x, y), f^{(2)}(x, y), \dots, f^{(k)}(x, y)\}$ – вектор-функция правых частей системы уравнений, h – шаг интегрирования.

*Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения
лабораторной работы*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).
2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
4. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [3,4];
- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1,2];
 - разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы;
- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается отличие многошаговых методов от одношаговых?
 2. Обладают ли методы Адамса-Бэшфорта сильной устойчивостью?
- Какие трудности возникают при использовании многошаговых методов

Лабораторная работа № 4

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМОВ. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С РАЗЛИЧНЫМ ПОРЯДКОМ И ШАГОМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ.

Задание 1. Используя результаты лабораторной работы №1, и работы №3 провести сравнение результатов вычислений одношаговых методов [Эйлера и Хойна с методами Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го, 4-го и 5-го порядков] с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1. Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить численно методом Хойна и методом Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го порядков обыкновенное дифференциальное уравнение, провести сравнение результатов вычислений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2. Оценить погрешность численных решений.

При решении задачи методом Хойна использовать формулу

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + h \cdot f(x_n, y_n))}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

При решении задачи методами Адамса-Бэшфорта 2-го, 3-го, порядков, использовать формулы

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})), \quad n = 1, 2, \dots$$

(2)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{23f(x_n, y_n) - 16f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 5f(x_{n-2}, y_{n-2})}{12}, \quad n = 2, 3, \dots$$

(3)

Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения лабораторной работы

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).
2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
4. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).
5. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. — М.: Высшая школа, 2009. — 840с

Требования к представлению и оформлению результатов лабораторной работы.

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [4,5];
- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1-3];

-разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;

- проанализировать полученное решение и сделать выводы;

- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;

- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;

- результаты вычислений на ЭВМ;

- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается отличие многошаговых методов от одношаговых?
2. Обладают ли методы Рунге-Кутты сильной устойчивостью?
3. Какие трудности возникают при использовании многошаговых методов?

Лабораторная работа № 5

РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ РУНГЕ-КУТТЫ. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ РУНГЕ-КУТТЫ.

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Рунге-Кутта и Адамса-Мултона 3-го, 4- порядков систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Рунге-Кутта Адамса-Мултона 3-го, 4-го порядков обыкновенное дифференциальное уравнение на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

Метод Рунге-Кутты применяется для решения дифференциального уравнения первого порядка $y' = f(x, y)$ при заданном начальном условии $y(x_0) = y_0$, и позволяет в заданной точке найти значение функции $y(b)$. Решение задачи получают в точках разбиения отрезка $[a, b]$ на n частей с шагом $h = \frac{b-a}{n}$ по формулам :

$$\begin{cases} m_1 = f(x_i, y_i), \\ m_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}m_1\right), \\ m_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}m_2\right), \\ m_4 = f(x_i + h, y_i + hm_3), \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4). \end{cases}$$

Данные формулы получаются при решении заданного уравнения в виде

$$y' = f(x, y)$$

$$\int_{y_0}^{y_1} dy = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y) dx \text{ интеграл слева легко вычисляется}$$

$$y_1 - y_0 = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y) dx \Rightarrow y_1 = y_0 + \int_{x_0}^{x_1} f(x, y) dx,$$

При решении задачи методами Адамса-Мултона 3-го, 4-го порядков, соответственно используем формулы (1), (2):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}(5f(x_{n+1}, y_{n+1}) + 8f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})), \quad n = 1, 2, \dots$$

(1)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} \cdot (9f(x_{n+1}, y_{n+1}) + 19f(x_n, y_n) - 5f(x_{n-1}, y_{n-1}) + f(x_{n-2}, y_{n-2})), \quad n = 2, 3, \dots$$

(2)

где $y = \{y^{(1)}(x), y^{(2)}(x), \dots, y^{(k)}(x)\}$ – вектор решений системы уравнений, x – аргумент, $f(x, y) = \{f^{(1)}(x, y), f^{(2)}(x, y), \dots, f^{(k)}(x, y)\}$ – вектор-функция правых частей системы уравнений, h – шаг интегрирования.

Алгоритм решения задачи предполагает использование метода прогноза и коррекции PEC (predictor-evolution-corrector):

Р: вычисление y_{n+1}^P явным методом Адамса-Бэшфорта по формуле (3);

Е: вычисление $f_{n+1}^P = f(x_{n+1}, y_{n+1}^P)$;

С: вычисление y_{n+1} неявным методом Адамса-Мултона по формуле (5).

Например, при решении задачи методом Адамса-Мултона четвертого порядка последовательно используются формулы:

$$y_{n+1}^{(P)} = y_n + h \cdot \frac{55f(x_n, y_n) - 59f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 37f(x_{n-2}, y_{n-2}) - 9f(x_{n-3}, y_{n-3})}{24}, \quad n = 3, 4, \dots (3)$$

$$f_{n+1}^{(P)} = f(x_{n+1}, y_{n+1}^{(P)})$$

(4)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} \cdot (9f^{(P)}(x_{n+1}, y_{n+1}) + 19f(x_n, y_n) - 5f(x_{n-1}, y_{n-1}) + f(x_{n-2}, y_{n-2})), \quad n = 2, 3, \dots (5)$$

*Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения
лабораторной работы*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).

2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).

3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).

4. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).

5. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. — М.: Высшая школа, 2009. — 840с.

Требования к представлению и оформлению результатов лабораторной работы.

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [4,5];
- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1-3];
 - разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы;
- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество многошаговых методов над одношаговыми?
2. Обладают ли методы Рунге-Кутты 4-го порядка сильной устойчивостью?
3. Какие трудности возникают при использовании одношаговых методов?

Лабораторная работа № 6

РЕАЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ АДАМСА-МУЛТОНА

Задание 1. Решить аналитически систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Мултона 5-го порядка систему обыкновенных дифференциальных уравнений на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить аналитически обыкновенное дифференциальное уравнение. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2.

Используя результаты лабораторной работы №2, решить методами Адамса-Мултона 5-го порядков обыкновенное дифференциальное уравнение на интервале времени $[0;2]$ с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Оценить погрешность численных решений.

При решении задачи методами Адамса-Мултона 5-го порядка, соответственно используем формулы (1):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{720} \cdot (251f(x_{n+1}, y_{n+1}) + 646f(x_n, y_n) - 264f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 106f(x_{n-2}, y_{n-2}) - 19f(x_{n-3}, y_{n-3})),$$
$$n = 3, 4, 5, \dots \quad (1)$$

*Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения
лабораторной работы*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).
2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
4. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М: Наука, 1989. 432 с.

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [2,5];
- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1,3,4];
- разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы;

- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество метода Адамса-Мултона по сравнению с методом Адамса-Бэшфорта?
2. Является ли метод Адамса-Мултона нуль устойчивым?
3. Какими способами можно производить численное решение дифференциального уравнения методом Адамса-Мултона?

Лабораторная работа № 7

МЕТОДЫ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ.

Задание 1. Используя результаты лабораторной работы №3, и работ №5 и №6 провести сравнение результатов вычислений многошаговых методов Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона 4-го и 5-го порядков с шагом интегрирования $h = 0.1, 0.01, 0.001$.

Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1. Оценить погрешность численных решений.

Задание 2. Решить числом методом Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона 4-го и 5-го порядков обыкновенное дифференциальное уравнение, провести сравнение результатов вычислений. Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 2. Оценить погрешность численных решений.

При решении задачи методами Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона 4-го, 5-го порядков, соответственно используем формулы (1), (2), (3) и (4):

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{55f(x_n, y_n) - 59f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 37f(x_{n-2}, y_{n-2}) - 9f(x_{n-3}, y_{n-3})}{24}, \quad n = 3, 4, \dots$$

(1)

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \frac{190f(x_n, y_n) - 2774f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 2616f(x_{n-2}, y_{n-2}) - 1274f(x_{n-3}, y_{n-3}) + 251f(x_{n-4}, y_{n-4})}{720},$$

$n = 4, 5, \dots$

(2)

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} \cdot (9f(x_{n+1}, y_{n+1}) + 19f(x_n, y_n) - 5f(x_{n-1}, y_{n-1}) + f(x_{n-2}, y_{n-2})), \quad n = 2, 3, \dots (3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{720} \cdot (251f(x_{n+1}, y_{n+1}) + 646f(x_n, y_n) - 264f(x_{n-1}, y_{n-1}) + 106f(x_{n-2}, y_{n-2}) - 19f(x_{n-3}, y_{n-3})), (4)$$

*Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения
лабораторной работы*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. *(методические указания)*.
2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. *(учебное пособие)*.
3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. *(учебное пособие)*.
4. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. *(лабораторный практикум)*.
5. Холл Д., Уатт Д. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1979. 312 с.

Требования к представлению и оформлению результатов лабораторной работы.

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [2,5];

- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1,3,4];
 - разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы;
- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество метода экстраполяции Грэга-Буллирша-Штера по сравнению с многошаговыми методами?
2. Является ли метод экстраполяции Грэга-Буллирша-Штера нуль устойчивым?
3. Какими способами можно производить численное решение дифференциального уравнения методом экстраполяции Грэга-Буллирша-Штера?

Лабораторная работа № 8

ЖЕСТКИЕ ЗАДАЧИ. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ, СХОДИМОСТИ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ И ГЛОБАЛЬНЫХ ОШИБОК ДИСКРЕТИЗАЦИИ ОДНОШАГОВЫХ И МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ.

Задание 1. Провести исследование сходимости и устойчивости одного из численных методов Адамса-Бэшфорта или Адамса-Мултона 3-5 порядков (по указанию преподавателя).

Задание 2. Методом экстраполяции и вложенным методом оценить полную погрешность дискретизации на конце интервала интегрирования при использовании методов Адамса-Бэшфорта и Адамса-Мултона при различных $h = 0.1, 0.01, 0.001$ Варианты индивидуальных заданий приведены в приложении 1 и 2.

Пример 5.1. Пусть линейный многошаговый метод численного решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ описывается разностным уравнением вида

$$\begin{aligned} y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n &= h(f_{n+1} - 2f_n), \\ y_0 &= s_0(h), \quad y_1 = s_1(h). \end{aligned} \quad (1)$$

Исследуем сходимость и устойчивость данного разностного уравнения.

Для обеспечения **согласованности** метода, начальные значения будем выбирать таким образом, чтобы выполнялось условие

$$s_0(h) \rightarrow 0, \quad s_1(h) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad h \rightarrow 0.$$

Применим этот метод к задаче Коши

$$y' = 2x, \quad y(0) = 0,$$

точное решение которой описывается функцией $y(x) = x^2$.

Тогда последовательность $\{y_n\}$ будет описываться формулами

$$\begin{aligned} x_n &= nh, \quad y_0 = s_0(h), \quad y_1 = s_1(h), \\ y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n &= 2h(x_{n+1} - 2x_n) = 2h^2(1 - 2n), \\ n &= 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Общее решение разностного уравнения (2) представляет собой сумму общего решения y_n^0 соответствующего однородного уравнения и некоторого частного решения \bar{y}_n .

Общее решение однородного уравнения $y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n = 0$ имеет вид $y_n^0 = C_1 q_1^n + C_2 q_2^n$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; $q_1 = 1$ и $q_2 = 2$ – корни характеристического уравнения $q^2 - 3q + 2 = 0$.

Таким образом, получаем $y_n^0 = C_1 + C_2 2^n$.

Легко убедиться, что частное решение уравнения (11) имеет вид

$$\bar{y}_n = n(n-1)h^2.$$

Тогда общее решение разностного уравнения (11) имеет вид

$$y_n = C_1 + C_2 2^n + n(n-1)h^2. \quad (3)$$

Частное решение разностного уравнения (11) получаем из (3) с учетом начальных значений

$$y_0 = C_1 + C_2 2^0 = s_0(h), \quad y_1 = C_1 + C_2 2^1 = s_1(h).$$

$$\text{Отсюда } C_1 = 2s_0(h) - s_1(h), \quad C_2 = s_1(h) - s_0(h).$$

Следовательно, частное решение, удовлетворяющее задаче (11), имеет вид

$$y_n = [2s_0(h) - s_1(h)] + [s_1(h) - s_0(h)]2^n + n(n-1)h^2. \quad (4)$$

Метод *сходится*, если для любого $x \in [a, b]$ выполняется условие

$$y_n \rightarrow y(x) \quad \text{при} \quad h \rightarrow 0, \quad \text{где} \quad n = \frac{x-a}{h}.$$

Если в качестве начальных значений выбрать значения $y_0 = s_0(h) = 0$, $y_1 = s_1(h) = 0$, что в данном случае не совпадает с точными начальными значениями $y(0) = 0$, $y(h) = h^2$, то

$$y_n = n(n-1)h^2 = (nh)^2 - (nh)h \rightarrow x^2 \quad \text{при} \quad h \rightarrow 0, \quad n = \frac{x}{h}.$$

Если, однако, $s_0(h) \rightarrow 0$, $s_1(h) \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0$, так что $s_1(h) - s_0(h) = O(h^p)$, $p > 0$, то второй член в (13) стремится к бесконечности, так как при $|q| > 1$

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ nh=x}} h^p q^n = x^p \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n}{n^p} = \infty.$$

Следовательно, метод *неустойчив*, а его согласованность не достаточна для его сходимости.

При исследовании разностных методов на сходимость можно использовать следующие необходимые условия согласованности

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i = 0, \quad \sum_{i=0}^k \beta_i = 1, \quad (5)$$

где α_i , $i = \overline{0, k}$, β_j , $j = \overline{0, l}$, -коэффициенты в разностном уравнении

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i f(x_{n+i}, y_{n+i}).$$

Так, например, для метода Адамса-Бэшфорта 5-го

порядка (6) имеем: $\sum_{i=0}^k \alpha_i = -1 + 1 = 0$,

$$\sum_{i=0}^l \beta_i = \frac{1}{720} (1901 - 2774 + 2616 - 1274 + 251) = 1, \text{ следовательно, метод согласованный.}$$

Для доказательства устойчивости разностного метода следует найти корни характеристического уравнения $\sum_{i=0}^k \alpha_i q^i = 0$. Метод будет *устойчивым*, если все корни характеристического уравнения лежат внутри круга единичного радиуса ($|q_i| < 1$), кроме быть может одного простого, который лежит на единичной окружности. Для рассматриваемого примера характеристическое уравнение имеет вид $q - 1 = 0$. Здесь простой корень $q = 1$ лежит на единичной окружности. Следовательно, метод *устойчив*. Согласованный и устойчивый метод всегда является *сходящимся*.

При использовании **метода экстраполяции** интегрирование от точки x_{n-1} до точки x_n выполняется дважды: один раз с шагом h и другой раз с шагом $\frac{h}{2}$. Тогда полную

погрешность Δy_n в точке x_n можно оценить по формуле
$$\Delta y_n = \frac{y_n(h) - y_{2n}(\frac{h}{2})}{2^p - 1}, \quad (6)$$

где $y_n(h)$ и $y_{2n}(\frac{h}{2})$ - результаты вычислений, соответственно, с шагом h и $\frac{h}{2}$; p - порядок метода.

При использовании **вложенных методов** на каждом шаге интегрирование выполняется дважды: методом порядка p и методом порядка $p+1$. Разность полученных значений дает оценку величины погрешности Δy_n в точке x_n .

В таблицах 5.1-5.4 представлены полные погрешности Δx_1 и Δy_1 , вычисленные по формуле (6), при решении задачи №1 методом экстраполяции, соответственно, методами второго, третьего, четвертого и пятого порядков. Там же для сравнения приведены истинные погрешности Δx и Δy , вычисленные с учетом точного решения задачи.

В таблицах 5.5-5.8 представлены полные погрешности Δx_1 и Δy_1 , вычисленные по формуле (6), при решении задачи №2 методом экстраполяции, соответственно, методами второго, третьего, четвертого и пятого порядков. Там же для сравнения приведены истинные погрешности Δx и Δy , вычисленные с учетом точного решения задачи.

*Перечень учебно-методического обеспечения для выполнения
лабораторной работы*

1. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2000. – 33 с. (*методические указания*).

2. Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (*учебное пособие*).
3. Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (*учебное пособие*).
4. Заусаев А.Ф., Зотеев В.Е. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 34 с. (*лабораторный практикум*).
5. Холл Д., Уатт Д. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1979. 312 с.

Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы.

При выполнении лабораторной работы необходимо:

- изучить теоретический материал, используя литературу [2,5];
- подготовить исходные данные к решению задачи на ЭВМ;
- разработать алгоритм решения задачи, пользуясь рекомендациями [1,3,4];
 - разработать и отладить программу на алгоритмическом языке и решить задачу на ЭВМ;
- проанализировать полученное решение и сделать выводы;
- оформить отчет о лабораторной работе.

Отчет о лабораторной работе должен содержать:

- тему лабораторной работы, текст задания и исходные данные;
- необходимые расчеты, графические построения и т. п.;
- результаты вычислений на ЭВМ;
- выводы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество метода одношаговых методов по сравнению с многошаговыми методами при решении жестких задач?
2. Какие многошаговые методы являются нуль устойчивыми?
3. Какими методами можно решать жесткие задачи.

Системы дифференциальных уравнений и начальные условия к лабораторным работам №1-5

Вариант задания	Система дифференциальных уравнений	Начальные условия	Вариант задания	Система дифференциальных уравнений	Начальные условия
1	$\begin{cases} \dot{x} + 3x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$	13	$\begin{cases} \dot{x} = y + 2x + \cos t \\ \dot{y} = -x + 2 \sin t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 2 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$
2	$\begin{cases} \dot{x} - 2x + y = 0 \\ \dot{y} - 2y + x = -5e^t \sin t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	14	$\begin{cases} \dot{x} + \dot{y} = 2(x + y) \\ \dot{y} = 3x + y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$
3	$\begin{cases} \dot{x} - y - z = 0 \\ \dot{y} - x - z = 0 \\ \dot{z} - x - y = 0 \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= -1 \\ y(0) &= 1 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	15	$\begin{cases} \dot{x} + \frac{2x}{t} = 1 \\ \dot{y} = x + y + \frac{2x}{t} - 1 \end{cases}$	$\begin{aligned} x(1) &= 0 \\ y(1) &= 1 \end{aligned}$
4	$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 2 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	16	$\begin{cases} \dot{x} + 2\dot{y} - 2(x - y) = 3e^t \\ \dot{x} + \dot{y} + 2x + y = 4e^{2t} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 2 \end{aligned}$
5	$\begin{cases} \dot{x} = \frac{x}{2x + 3y} \\ \dot{y} = \frac{y}{2x + 3y} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 2 \end{aligned}$	17	$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y - z \\ \dot{y} = y - x + z \\ \dot{z} = x - z \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 2 \\ y(0) &= 0 \\ z(0) &= 1 \end{aligned}$
6	$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 3 \end{aligned}$	18	$\begin{cases} \dot{x} - 5x + 3y = 2e^{3t} \\ \dot{y} - x - y = 5e^{-t} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 2 \end{aligned}$
7	$\begin{cases} \dot{x} = y + t \\ \dot{y} = x + e^t \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$	19	$\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = z + x \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 2 \\ y(0) &= 1 \\ z(0) &= 1 \end{aligned}$
8	$\begin{cases} \dot{x} = \frac{x}{x + y} \\ \dot{y} = \frac{y}{x + y} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 2 \\ y(0) &= 4 \end{aligned}$	20	$\begin{cases} \dot{x} = 8y - x \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$
9	$\begin{cases} \dot{x} = 1 - \frac{2x}{t} \\ \dot{y} = x + y - 1 + \frac{2x}{t} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(1) &= \frac{1}{3} \\ y(1) &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$	21	$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = 2y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 2 \\ y(0) &= 2 \end{aligned}$
10	$\begin{cases} \dot{x} = z + y - x \\ \dot{y} = z + x - y \\ \dot{z} = x + y + z \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 0 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	22	$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = 3y - 2x \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 1 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$
11	$\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = z + x \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= -1 \\ y(0) &= 1 \\ z(0) &= 0 \end{aligned}$	23	$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y + e^{-2t} \\ \dot{y} = x - 2y - 3e^{-2t} \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 0 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$

12	$\begin{cases} \dot{x} = e^{3t} - y \\ \dot{y} = 2e^{3t} - x \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$	24	$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$	$\begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$
----	---	--	----	--	--

**Дифференциальные уравнения и начальные условия
к лабораторным работам №1-5**

Вариант задания	Дифференциальное уравнение	Начальные условия	Вариант задания	Дифференциальное уравнение	Начальные условия
1	$2xy'' = y', \quad x > 0$	$y(1) = 4$ $y'(1) = 3$	13	$y'' + 2y' = 0$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 0$
2	$y'' = 4 \cos 2x$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 0$	14	$2y'' = 3y^2$	$y(-2) = 1$ $y'(-2) = -1$
3	$y'' - 4y' + 4y = 0$	$y(0) = 3$ $y'(0) = -1$	15	$y''(x^2 + 1) = 2xy'$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 3$
4	$y'' + 4y' + 29y = 0$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 15$	16	$xy'' + x(y')^2 - y' = 0$	$y(2) = 2$ $y'(2) = 1$
5	$y'' - 2y' + y = 0$	$y(0) = 4$ $y'(0) = 2$	17	$y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$	$y(2) = 0$ $y'(2) = 4$
6	$9y'' + y = 0$	$y(\frac{3\pi}{2}) = 2$ $y'(\frac{3\pi}{2}) = 0$	18	$yy'' = (y')^2 - (y')^3$	$y(1) = 1$ $y'(1) = -1$
7	$y'' - 2y' + 10y = 0$	$y(\frac{\pi}{6}) = 0$ $y'(\frac{\pi}{6}) = e^{\frac{\pi}{6}}$	19	$y^3 y' = -1$	$y(1) = 1$ $y'(1) = 0$
8	$y'' + 3y' = 0$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 2$	20	$y^4 - y^3 y'' = 1$	$y(0) = \sqrt{2}$ $y'(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
9	$y'' + 5y' + 6y = 0$	$y(0) = 1$ $y'(0) = -6$	21	$y'' = e^{2y}$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 1$

10	$y'' - 5y' + 4y = 0$	$y(0) = 5$ $y'(0) = 8$	22	$2(y')^2 = y''(y - 1)$	$y(1) = 2$ $y'(1) = 1$
11	$y'' + 3y' + 2y = 0$	$y(0) = 1$ $y'(0) = -1$	23	$y'' = xy' + y + 1$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 0$
12	$y'' + 4y = 0$	$y(0) = 0$ $y'(0) = 2$	24	$2yy'' = (y')^2 - 1$	$y(0) = 1$ $y'(0) = 2$

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

ВОПРОСЫ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Дискретные методы. Методы разложения в ряд Тейлора.
2. Методы Рунге-Кутты.
3. Линейные многошаговые методы.
4. Численные решения дифференциальных уравнений методом Адамса-Бэшфорда.
5. Численные решения дифференциальных уравнений методом Адамса-Мултона.
6. Источники погрешностей. Полная погрешность дискретизации.
7. Локальная погрешность дискретизации.
8. Сходимость и устойчивость. Согласованность.
9. Области абсолютной устойчивости. Относительная устойчивость.
10. Порядок нуля - устойчивых многошаговых методов.
11. Область абсолютной и относительной устойчивости.
12. Оценка погрешностей численных методов для задачи Коши.
13. Дифференциальная задача. Разностные аппроксимации.
14. Локальная погрешность дискретизации.
15. Оценка локальной погрешности одношаговых методов.
16. Сравнение оценок погрешностей для одношаговых методов.
17. Оценка локальной погрешности дискретизации предсказывающе – исправляющих методов.
18. Общие вопросы реализации алгоритмов.
19. Структура программы интегрирования. Список параметров программы интегрирования.
20. Ошибки округления.
21. Методы Рунге Кутты. Вывод конкретных методов.
22. Методы с оценкой погрешности.
23. Оптимальный выбор шага и порядка.
24. Линейные многошаговые методы.
25. Пошаговые алгоритмы.
26. Изменение шага. Изменение порядка.
27. Оценка погрешности.
28. Методы Адамса для уравнений более высокого порядка.
29. Переменный порядок. Начало интегрирования.
30. Программы с переменным шагом и переменным порядком.
31. Методы экстраполяции.
32. Экстраполяция Ричардсона.
33. Рациональная экстраполяция.
34. Метод Грэга – Буллирша – Штера.
35. Реализация рекуррентных формул.
36. Программы проверки и сравнения методов.
37. Введение в теорию жестких задач.
38. Жесткая задача Коши.
39. Устойчивость для жестких задач.
40. Применение неявных методов для решения жестких задач.

41. Способы выбора шага. Примеры.
42. Неявные методы Рунге – Кутты и родственные им методы.
43. Многошаговые методы для жестких задач.
44. Неявные линейные многошаговые методы.
45. Обобщенные многошаговые методы.
46. Методы экстраполяции для жестких систем.

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускник по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика Самарского государственного технического университета отвечает следующим требованиям:

- имеет целостное представление о процессах и явлениях, происходящих в неживой и живой природе, понимает возможности современных научных методов познания природы и владеет ими на уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнонаучное содержание и возникающих при выполнении профессиональных функций;
- способен продолжить обучение в аспирантуре, вести профессиональную деятельность в иноязычной среде;
- владеет культурой мышления, знает его общие законы, способен в письменной и устной речи правильно (логически) оформить его результаты;
- умеет на научной основе организовать свой труд, владеет компьютерными методами сбора, хранения и обработки (редактирования) информации, применяемые в сфере его профессиональной деятельности;
- способен в условиях развития науки и изменяющейся социальной практики к переоценке накопленного опыта, анализу своих возможностей, умеет приобретать новые знания, обучаться в аспирантуре, использовать другие формы обучения, включая самостоятельные и информационно образовательные технологии;
- понимает сущность и социальную значимость своей будущей профессии, основные проблемы дисциплин, определяющих конкретную область его деятельности, видит их взаимосвязь в целостной системе знаний;
- способен к проектной деятельности в профессиональной сфере на основе системного подхода, умеет строить и использовать модели для описания и прогнозирования различных явлений, осуществлять их качественный и количественный анализ;
- способен поставить цель и сформулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций, умеет использовать для их решения методы изученных им наук;
- готов к кооперации с коллегами и работе в коллективе, знаком с методами управления, умеет организовать работу исполнителей, находить и принимать управленческие решения в условиях различных мнений, знает основы педагогической деятельности;
- методически и психологически готов к изменению вида и характера своей профессиональной деятельности, работе над междисциплинарными проектами;
- знает основные тенденции развития современными естествознания, принципы математического моделирования и его применения в исследовании физических, химических, биологических, экологических процессов;
- способен к совершенствованию своей профессиональной деятельности в области математики, программирования.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

№ п/п	Учебник, учебное пособие (приводится библиографическое описание учебника, учебного пособия)	Ресурс НТБ СамГТУ	Кол-во экз.
1.	Бахвалов Н.С. Численные методы. М., Наука, 2003. 640 с.	Электронный каталог	20
2.	Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Математическое моделирование орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы. М.: Машиностроение, 2008. 252 с.	Электронный каталог	2
3.	Заусаев А.Ф. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та: – 2010. – 100 с. (<i>учебное пособие</i>).	Электронный каталог	2
4.	Заусаев А.Ф., Заусаев А.А. Дискретные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара: РИО Самарск. гос. тех. ун-та. – 2006. – 88 с. (<i>учебное пособие</i>).	Электронный каталог	15
5.	Вержбицкий В. М. Основы численных методов. — М.: Высшая школа, 2009. — 840 с.	Электронный каталог	5

Дополнительная литература

№ п/п	Учебник, учебное пособие, монография, справочная литература (приводится библиографическое описание)	Ресурс НТБ СамГТУ	Кол-во экз.
1.	Хемминг Р.В. Численные методы. М.: Наука, 1986. 400 с.	Электронный каталог	4
2.	Ортега Д.П., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений М.: 1986. 288 с.	Электронный каталог	4
3.	Рыжиков Ю «Вычислительные методы» изд. ВНУ, 2007 г., 400 стр.	Электронный каталог	2
4.	Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М: Наука, 1989. 432 с.	Электронный каталог	23
5.	Холл Д., Уатт Д. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1979. 312 с.	Электронный каталог	2
6.	Штеттер Х. Анализ методов дискретизации для обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1978 462 с.	Электронный каталог	2

Методические указания и материалы

№ п/п	Лабораторный практикум	Ресурс НТБ СамГТУ	Кол-во экз.
1.	Заусаев А.Ф. Применение разностных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Самара РИО Самарск. гос. тех. ун-та., 2010. 34 с.	Электронный каталог	2

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

Заусаев Анатолий Федорович

Методические указания по дисциплине

«Высокоточные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений»

Электронные методические указания

Компьютерная верстка Е. В. Башкинова

Подписано для размещения в электронной библиотеке СамГТУ 25.12.2014

Формат 60x84 $\frac{1}{8}$.

Усл. п. л. .6,74_. Уч. -изд. л. _7,20__.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Самарский государственный технический университет»

443100. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Главный корпус.

E-mail radch@samgtu.ru