



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Самарский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВПО «СамГТУ»)

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

**Самара 2014г.**

**Огородников Е.Н.,**

**Методические указания по дисциплине «Математические модели динамических систем» / Самар. гос. техн. ун-т; Сост *Огородников Е.Н.* Самара, 2014г.**

Методические указания предназначены для работы в аудитории и самостоятельной работы магистров по направлению подготовки 01.04.02 (010400.68) «Прикладная математика и информатика».

Печатается по решению методического совета Инженерно-экономического факультета

## СОДЕРЖАНИЕ

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1   | <a href="#">Предисловие</a> .....  | 4  |
| 2   | <a href="#">Введение</a> .....   | 7  |
| 3   | <a href="#">Методические указания для самостоятельной работы обучающихся</a> ..... | 8  |
| 4   | <a href="#">Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины</a> ..... | 18 |
| 4.1 | <a href="#">Методические указания к лекционным занятиям</a> .....                  | 18 |
| 4.2 | <a href="#">Методические указания к практическим (семинарским) занятиям</a> .....  | 23 |
| 5   | <a href="#">Вопросы для аттестации по дисциплине</a> .....                         | 31 |
| 6   | <a href="#">Заключение</a> .....   | 32 |
| 7   | <a href="#">Литература</a> .....   | 34 |

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Магистр по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика в соответствии с выбранными приоритетными видами профессиональной деятельности должен быть подготовлен к решению следующих профессиональных задач:

### **в научной и научно-исследовательской деятельности:**

- изучение новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности;
- применение наукоемких технологий и пакетов программ для решения прикладных задач в области физики, химии, биологии, экономики, медицины, экологии; изучение информационных систем методами математического прогнозирования и системного анализа;
- изучение больших систем современными методами высокопроизводительных вычислительных технологий, применение современных суперкомпьютеров в проводимых исследованиях;
- исследование и разработка математических моделей, алгоритмов, методов, программного обеспечения, инструментальных средств по тематике проводимых научно-исследовательских проектов;
- составление научных обзоров, рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований;
- участие в работе научных семинаров, научно-тематических конференций, симпозиумов;
- подготовка научных и научно-технических публикаций;

### **в проектной и производственно-технологической деятельности:**

- исследование математических методов моделирования информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно-исследовательских прикладных задач или опытно-конструкторских работ;
- исследование автоматизированных систем и средств обработки информации, средств администрирования и методов управления безопасностью компьютерных сетей;
- изучение элементов проектирования сверхбольших интегральных схем, моделирование и разработка математического обеспечения оптических или квантовых элементов для компьютеров нового поколения;
- разработка программного и информационного обеспечения компьютерных сетей, автоматизированных систем вычислительных комплексов, сервисов, операционных систем и распределенных баз данных;
- разработка и исследование алгоритмов, вычислительных моделей и моделей данных для реализации элементов новых (или известных) сервисов систем информационных технологий;
- разработка архитектуры, алгоритмических и программных решений системного и изучение языков программирования, алгоритмов, библиотек и пакетов программ, прикладного программного обеспечения;
- продуктов системного и прикладного программного обеспечения;
- изучение и разработка систем цифровой обработки изображений, средств компьютерной графики, мультимедиа и автоматизированного проектирования;
- развитие и использование инструментальных средств, автоматизированных систем в научной и практической деятельности;

**в педагогической деятельности:**

- владение методикой преподавания учебных дисциплин;
- владение методами электронного обучения;
- консультирование по выполнению курсовых и дипломных работ студентов образовательных учреждений высшего профессионального и среднего профессионального образования по тематике в области прикладной математики и информационных технологий;
- проведение семинарских и практических занятий по общематематическим дисциплинам, а также лекционных занятий по профилю специализации.

**Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями:**

- способностью понимать философские концепции естествознания, владеть основами методологии научного познания при изучении различных уровней организации материи, пространства и времени (ОК-1);
- способностью иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития (ОК-2);
- способностью использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики (ОК-3);
- способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОК-4);
- способностью порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе (ОК-5);
- способностью совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности (ОК-6);
- способностью и готовностью к активному общению в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности (ОК-7);
- способностью свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения; способностью к активной социальной мобильности (ОК-8);
- способностью использовать углубленные знания правовых и этических норм при оценке последствий своей профессиональной деятельности, при разработке и осуществлении социально значимых проектов (ОК-9).

**Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями:**

- способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты (ПК-1);
- способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);
- проектная и производственно-технологическая деятельность: способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3);
- способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-4);

- организационно-управленческая деятельность: способностью управлять проектами (подпроектами), планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта (ПК-5);
- способностью организовывать процессы корпоративного обучения на основе технологий электронного и мобильного обучения и развития корпоративных баз знаний (ПК-6);
- нормативно-методическая деятельность: способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-7);
- педагогическая деятельность: способностью проводить семинарские и практические занятия с обучающимися, а также лекционные занятия спецкурсов по профилю специализации (ПК-8);
- способностью разрабатывать учебно-методические комплексы для электронного и мобильного обучения (ПК-9);
- способностью разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий по профильной направленности ООП магистратуры (ПК-10);
- способностью работать в международных проектах по тематике специализации (ПК-11);
- способностью участвовать в деятельности профессиональных сетевых сообществ по конкретным направлениям (ПК-12);
- социально ориентированная: способностью осознавать корпоративную политику в области повышения социальной ответственности бизнеса перед обществом, принимать участие в ее развитии (ПК-13);
- социально ориентированная деятельность: способность использования основ защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий и применения современных средств поражения, основных мер по ликвидации их последствий, способность к общей оценке условий безопасности жизнедеятельности (ПК-13);
- способность реализации решений, направленных на поддержку социально значимых проектов, на повышение электронной грамотности населения, обеспечения общедоступности информационных услуг (ПК-14).

## [СОДЕРЖАНИЕ](#)

## ВВЕДЕНИЕ

**Целью освоения дисциплины** «Математические модели динамических систем» является формирование общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для реализации преимущественно следующих видов деятельности: научной и научно-исследовательской, а также педагогической:

ОК-2 Способность иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития.

ПК-3 Способность углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности.

**Задачами изучения дисциплины** выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине **знаний**:

- основ теории динамических систем, методов и приемов их качественного исследования, элементы теории нелинейных колебаний.
- методологических основ построения математических моделей эргодических динамических систем, основных свойств объектов и понятий дробного анализа, приложения этих понятий в теории интегральных и дифференциальных уравнений нецелого порядка, методы их решения, ряд сопутствующих специальных функций.
- базовых и методологических основ построения математических моделей.

### **Умений:**

- применять теоретические знания в задачах моделирования различных процессов и явлений в вязкоупругих телах, сплошных средах с памятью и фрактальной структурой.
- применять методы дробного анализа для аналитического и численного решения модельных уравнений
- ориентироваться в круге основных проблем, возникающих в различных областях естествознания.

### **Навыков:**

- математических вычислений, доказательства теоретических утверждений, качественного анализа математических моделей динамических систем, постановки и решения прикладных задач математической физики.
- методами решения интегральных и дифференциальных уравнений дробного порядка, методами качественного анализа решений, понятием корректной постановки начальных и краевых задач.
- построения концептуальных и теоретических моделей динамических систем с памятью и математических моделей процессов в средах с фрактальной структурой.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теоретическими основами математического моделирования динамических систем, методами их качественного и количественного анализа. Особое внимание обращено на эргодические динамические системы. Для их изучения с необходимостью привлекаются понятия дробного анализа, приложения этих понятий в теории дробных дифференциальных и интегральных уравнений в целях применения теории в задачах моделирования различных процессов и явлений в вязкоупругих телах, сплошных средах с памятью и для изучения осцилляционных процессов, возникающих в подобных динамических системах.

## [СОДЕРЖАНИЕ](#)

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составляющих учебного процесса, в ходе которого происходит формирование знаний, умений и навыков в учебной, научно-исследовательской, профессиональной деятельности, формирование общекультурных и профессиональных компетенций будущего магистра.

Учебно-методическое обеспечение создаёт среду актуализации самостоятельной творческой активности студентов, вызывает потребность к самопознанию, самообучению. Таким образом, создаются предпосылки «двойной подготовки» - личностного и профессионального становления. Для успешного осуществления самостоятельной работы необходимы:

1. Комплексный подход организации самостоятельной работы по всем формам аудиторной работы;
2. Сочетание всех уровней (типов) самостоятельной работы, предусмотренных рабочей программой;
3. Обеспечение контроля за качеством усвоения.

Методические материалы по самостоятельной работе студентов содержат целевую установку изучаемых тем, списки основной и дополнительной литературы для изучения всех тем дисциплины, теоретические вопросы и вопросы для самоподготовки, усвоив которые магистрант может выполнять определенные виды деятельности (предлагаемые на практических, семинарских, лабораторных занятиях), методические указания для студентов.

### **Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к текущим аудиторным занятиям**

*- для овладения знаниями:*

- чтение текста (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций);
- составление плана текста;
- графическое изображение структуры текста;
- конспектирование текста;
- работа со словарями и справочниками; работа с нормативными документами;
- учебно-исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники, Интернет и др.;

*- для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекции (обработка текста);
- аналитическая работа с фактическим материалом (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций, аудио- и видеозаписей);
- составление плана и тезисов ответа;
- составление таблиц и схем для систематизации фактического материала;
- изучение нормативных материалов; ответы на контрольные вопросы;
- аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование и др.);
- подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции;



подготовка рефератов, докладов;  
составление библиографии;  
тестирование и др.;

*-для формирования умений:*

решение задач и упражнений по образцу;  
решение вариативных задач и упражнений;  
выполнение чертежей, схем;  
выполнение расчетно-графических работ;  
решение ситуационных производственных (профессиональных) задач;  
подготовка к деловым играм;  
проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности;  
подготовка курсовых и дипломных работ (проектов);  
экспериментально-конструкторская работа; исследовательская и проектная работа.

*Проработка теоретического материала (учебниками, первоисточниками, дополнительной литературой).* При изучении нового материала на лекциях, освещаются наиболее важные и сложные вопросы учебной дисциплины, вводится новый фактический материал. Поэтому к каждому последующему занятию студенты готовятся по следующей схеме: - разобраться с основными положениями предшествующей лекции; - изучить соответствующие темы в учебных пособиях.

*Работа с дополнительной учебной и научной литературой.* Включает в себя составление плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; конспектирование научных статей заданной тематики.

*Составление презентаций на темы лекций* Практические рекомендации по созданию презентаций Создание презентации состоит из трех этапов:

1. Планирование презентации – это многошаговая процедура, включающая определение целей, изучение аудитории, формирование структуры и логики подачи материала.
2. Разработка презентации – методологические особенности подготовки слайдов презентации, включая вертикальную и горизонтальную логику, содержание и соотношение текстовой и графической информации.
3. Репетиция презентации – это проверка и отладка созданной презентации.

*Перечень тем, выносимых для самостоятельной работы студентов.* Одним из видов самостоятельной работы, позволяющей студенту более полно освоить учебный материал, является подготовка сообщений (докладов), эссе, реферата.

Доклад – это научное сообщение на семинарском занятии, заседании студенческого научного кружка или студенческой конференции.

Эссе – жанр философской, литературно-критической, историко-биографической, публицистической прозы, сочетающий подчеркнуто индивидуальную позицию автора с непринужденным, часто парадоксальным изложением, ориентированным на разговорную речь.

Реферат – это краткое изложение современной научной и учебной литературы, журнальных и газетных публикаций, статистических материалов по конкретной теме. Процесс написания реферата включает в себя несколько этапов: выбор темы реферата; поиск

научной и учебной литературы по выбранной теме и ее обзор; разработка плана реферата; написание содержания реферата; оформление реферата в соответствии с требованиями; сдача реферата преподавателю и его защита перед аудиторией оценка реферата (оценивается уровень полноты проведенного исследования; качество оформления работы; самостоятельность студента, творческая инициатива и умение защищать принятые решения).

Следует выделить подготовку к экзаменам, зачетам, защитам как особый вид самостоятельной работы. Основное его отличие от других видов самостоятельной работы состоит в том, что обучающиеся решают задачу актуализации и систематизации учебного материала, применения приобретенных знаний и умений в качестве структурных элементов компетенций, формирование которых выступает целью и результатом освоения образовательной программы.

*По дисциплине «Математические модели динамических систем» применяются следующие виды самостоятельной работы: подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий, подготовку к контрольной работе.*

### ***1. Подготовка к практическим занятиям и выполнение домашних заданий***

Практические занятия составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки обучающихся. Они направлены на формирование учебных и профессиональных практических умений. При подготовке к практическим занятиям обучающимся необходимо изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, с ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет». При этом обучающийся должен учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. В ходе подготовки к практическим занятиям необходимо освоить основные понятия; изучить методы параметрической идентификации стохастических систем, ответить на контрольные вопросы.

*Подготовка к практическим занятиям, выполнение домашней работы*

- для овладения знаниями:

чтение текста (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций);

- для закрепления и систематизации знаний:

работа с конспектом лекции (обработка текста);

-для формирования умений:

разбор решений задач и упражнений из литературы.

### **Подготовка к занятию 1**

**«Понятие о динамической системе. Классификация и математические модели динамических систем. Основные задачи и методы изучения динамических систем».**

Анализ фазовых портретов динамических систем на плоскости.

Примеры простейших колебательных систем: консервативные системы и системы с полной диссипацией энергии.

*Ход подготовки к практическому занятию.* Требуется изучить конспекты лекций и

усвоить полученную информацию. Необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Возможно использование литературы, подобранной самим обучающимся. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

#### *Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем с обзором последних достижений / Пер. с англ./ М.: Изд-во МЦНМО, 2005. – 464 с.

### **Подготовка к занятию 2: «Динамические системы второго порядка. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости».**

Автономные динамические системы с одной степенью свободы,  
фазовая плоскость и траектория,  
классификация особых точек,  
траекторий понятие грубости динамической системы,  
бифуркация динамических систем второго порядка,  
квазилинейные динамические системы с одной степенью свободы,  
асимптотические методы.

#### *Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1990. – 486 с.

Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем с обзором последних достижений / Пер. с англ./ М.: Изд-во МЦНМО, 2005. – 464 с.

Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987. – 382 с.

### **Подготовка к занятию 3: «Динамические системы второго порядка. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости».**

Фазовая плоскость и фазовый портрет,  
грубые динамические системы,  
примеры,  
бифуркация динамических систем второго порядка.

#### *Литература*

Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1990. – 486 с.

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

**Подготовка к занятию 4: «Динамические системы второго порядка. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости».**

Квазилинейные динамические системы с одной степенью свободы, методы малого параметра и асимптотические методы.

*Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987. – 382 с.

**Подготовка к занятию 5: «Определение дробных интегралов и производных Римана-Лиувилля любого действительного порядка. Алгебра интегро-дифференциальных операторов».**

Интегральное уравнение Абеля, дробные интегралы и производные Римана-Лиувилля порядка от нуля до единицы, дробное интегрирование и дифференцирование как взаимнообратные операции, тождества для композиций операторов, теорема Тамаркина, вычисление дробных интегралов и производных от элементарных функций.

*Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

**Подготовка к занятию 6: «Определение дробных интегралов и производных Римана-Лиувилля любого действительного порядка. Алгебра интегро-дифференциальных операторов»**

Решение интегральных уравнений Вольтерры первого рода с ядром Абеля. Вычисление дробных интегралов и производных от некоторых специальных функций, достаточные признаки существования дробной производной Римана-Лиувилля, производная по Капуто.

*Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

**Подготовка к занятию 7: «Решение интегрального уравнения Вольтерры второго рода с ядром Абеля в классе суммируемых функций. Интегральные операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и некоторые их свойства».**

Интегральные уравнения Вольтерры второго рода с суммируемым ядром в классе суммируемых функций; ядро типа Абеля, дробный интеграл Римана-Лиувилля и его степени; метод Пикара, ряд Неймана, резольвента; операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и их свойства, доказательства некоторых свойств в качестве упражнений.

### *Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Самко С.Г. Килбас А.А. Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987 – 688 с

### **Подготовка к занятию 8: «Дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля (FDE)».**

Постановки, корректность и методы решения начальных задач (задач типа Коши) для FDE, редукция задач к интегральным уравнениям, метод факторизации интегральных операторов, метод операционного исчисления (преобразование Лапласа).

### *Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Огородников Е.Н. Некоторые аспекты теории начальных задач для дифференциальных уравнений с производными Римана-Лиувилля. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2010, №5 (21). С. 10-23.

### **Подготовка к занятию 9: «Дробные дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью».**

Постановка и решение задач о ползучести.

### *Литература*

Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005. - 226 с.

Огородников Е.Н, Радченко В.П, Яшагин Н.С. Реологические модели вязкоупругого тела с памятью и дифференциальные уравнения дробных осцилляторов. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2011, №1(22). С. 255-268.

### **Подготовка к занятию 10: «Дробные дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью».**

Постановка и решение задачи релаксации напряжении.

### *Литература*

Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005. - 226 с.

Огородников Е.Н, Радченко В.П, Яшагин Н.С. Реологические модели вязкоупругого тела с памятью и дифференциальные уравнения дробных осцилляторов. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2011, №1(22). С. 255-268.

### **Подготовка к занятию 11: «Дифференциальные уравнения дробных осцилляторов Постановка, решение и корректность начальных задач».**

Постановка, решение и корректность начальных задач. Редукция задачи Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ второго порядка с младшими дробными производными к соответствующим интегральным уравнениям вольтеровского типа и их решение.

### *Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Огородников Е.Н. Яшагин Н.С. Некоторые специальные функции в решении задачи Коши для одного дробного осцилляционного уравнения. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2009, №1(18). С. 276-279.

Огородников Е.Н. Яшагин Н.С. Постановка и решение задач типа Коши для дифференциальных уравнений второго порядка с дробными производными Римана-Лиувилля. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2010, №1 (20). С. 24-36.

### **Подготовка к занятию 12: «Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух».**

Постановка, решение и корректность начальных задач.

Редукция задачи типа Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ к соответствующим интегральным уравнениям вольтерровского типа и их решение.

### *Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Огородников Е.Н. Яшагин Н.С. Некоторые специальные функции в решении задачи Коши для одного дробного осцилляционного уравнения. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2009, №1(18). С. 276-279.

### **Подготовка к занятию 13: «Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух и математические модели эрдитарных динамических систем со многими степенями свободы и систем с распределенными параметрами».**

Постановка начальных задач.

Обзор методов решения.

### *Литература*

Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Огородников Е.Н. Математические модели дробных осцилляторов, постановка и структура решения задачи Коши. В сб.: Труды шестой Всероссийской научной конференции с международным участием: «Математическое моделирование и краевые задачи». Часть 1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций. Самара: СамГТУ, 2009. – С. 177-181.

### **Домашние задания:**

1. Некоторые специальные функции, их свойства: гамма-, бета- и гипергеометрические функции; функции типа Миттаг-Леффлера, функция Райта и функции, связанные с ними.
2. Уравнение Абеля, дробный интеграл и производная Римана-Лиувилля, полугрупповое свойство интегралов любого действительного порядка, один достаточный признак существования дробной производной порядка между нулем и единицей. Вычисление дробных интегралов и производных от некоторых элементарных функций.
3. Решение интегральных уравнений первого рода с ядром типа Абеля и вычисление дробных производных любого действительного порядка. Вычисление дробных интегралов и производных от некоторых специальных функций.

4. Решение интегральных уравнений Вольтерры второго рода с ядром Абеля. Интегральные операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре, изучение их свойств на примерах.
5. Дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля (FDE). Решения задачи типа Коши для линейных дробных дифференциальных уравнений методом редукции начальной задачи к соответствующему интегральному уравнению.
6. Дробные дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью. Постановка и решение задач о ползучести методом редукции задачи к соответствующим интегральным уравнениям и их решения. Качественный анализ решений, асимптотическое поведение, непрерывность.
7. Дробные дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью. Постановка и решение задач о релаксации методом редукции задачи к соответствующим интегральным уравнениям и их решения. Качественный анализ решений, асимптотическое поведение, непрерывность.
8. Дифференциальные уравнения дробных осцилляторов. Постановка, решение и корректность начальных задач. Решение задачи Коши и видоизмененной задачи типа Коши для линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами второго порядка с младшими дробными производными методом редукции начальной задачи к соответствующим интегральным уравнениям вольтеровского типа и их решение.
9. Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух. Постановка, решение и корректность начальных задач. Решение задачи типа Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ к соответствующим интегральным уравнениям вольтеровского типа и их решение методом факторизации интегральных уравнений с операторами Римана-Лиувилля.

### ***Контрольные вопросы***

1. Понятие о динамической системе. Классификация и математические модели динамических систем.
2. Основные задачи и методы изучения динамических систем.
3. Устойчивость движения.
4. Динамические системы второго порядка.
5. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости.
6. Интеграл и производная Римана-Лиувилля, класс абсолютно непрерывных функций,
7. Необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения Абеля (теорема) и класс функций, представимых дробным интегралом,
8. Композиционные тождества и достаточный признак существования производной.
9. Решение интегрального уравнения Вольтерры второго рода с ядром Абеля в классе суммируемых функций.
10. Интегральные операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и некоторые их свойства.
11. Существование и единственность решения интегрального уравнения Вольтерры второго рода с суммируемым ядром в классе суммируемых функций (теорема); ядро типа Абеля.
12. Дробный интеграл Римана-Лиувилля и его степени.
13. Метод Пикара, ряд Неймана, резольвента.

14. Операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и их свойства.
15. Дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля (FDE)
16. Дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью.
17. Постановки, корректность и методы решения начальных задач (задач типа Коши) для FDE.
18. Обобщенная одномерная модель вязкоупругого тела с памятью, дробные аналоги моделей Фойхта, Максвелла, Кельвина, и др.
19. Редукция задач о ползучести и релаксации к соответствующим интегральным уравнениям и их решения.
20. Качественный анализ решений, асимптотическое поведение.
21. Дифференциальные уравнения дробных осцилляторов. Постановка, решение и корректность начальных задач.
22. Линейные дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля и постоянными коэффициентами.
23. Редукция задачи Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ к соответствующим интегральным уравнениям вольтеровского типа и их решение.
24. Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух и математические модели эрдитарных динамических систем со многими степенями свободы и систем с распределенными параметрами.
25. Дробные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

### ***Рекомендации по самостоятельной работе***

При самостоятельной работе рекомендуется изучить конспекты лекций и усвоить полученную информацию. Необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Возможно использование литературы, подобранной самим обучающимся. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Имеет смысл ознакомиться с раскрытием содержания каждой лекции по нескольким рекомендованным источникам для сопоставления точек зрения различных авторов с различных методологических позиций, а для более углубленного изучения воспользоваться дополнительной литературой. Целесообразно также составление индивидуального терминологического словаря (гlossария) по теме вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение, и словаря новых понятий, с которыми обучающийся впервые сталкивается в своей образовательной практике.

Для успешного освоения вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение, необходимо законспектировать предложенные вопросы (см. перечень тем для самостоятельного изучения, предложенный в п.4 рабочей программы дисциплины), проанализировать различные подходы на изложение предложенной проблемы. Возможно использование литературы, подобранной самим обучающимся.



### ***Описание последовательности действий обучающегося («сценарий изучения дисциплины»)***

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется такая последовательность действий:

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня.
2. При подготовке к лекции следующего дня, нужно просмотреть текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть тема следующей лекции.
3. В течение недели выбрать время для работы с литературой в библиотеке.
4. При подготовке к лабораторным занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и подходы по теме лабораторной работы. При подготовке к выполнению лабораторной работы нужно сначала понять, что и как требуется сделать, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи.

Самостоятельная работа обучающихся является одной из важнейших составляющих учебного процесса, в ходе которого происходит формирование знаний, умений и навыков в учебной, научно-исследовательской, профессиональной деятельности, формирование общекультурных и профессиональных компетенций будущего магистра. Учебно-методическое обеспечение создаёт среду актуализации самостоятельной творческой активности обучающихся, вызывает потребность к самопознанию, самообучению. Таким образом, создаются предпосылки «двойной подготовки» личностного и профессионального становления. Для успешного осуществления самостоятельной работы необходимы:

- 1) Комплексный подход организации самостоятельной работы по всем формам аудиторной работы;
- 2) Сочетание всех уровней (типов) самостоятельной работы, предусмотренных рабочей программой;
- 3) Обеспечение контроля за качеством усвоения.

### ***Рекомендации по работе с литературой и использованию материалов учебно-методического комплекса***

Рекомендуется использовать методические указания по курсу, текст лекций преподавателя. Однако теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекции и изучению конспекта, изучаются и книги. Легче освоить курс придерживаясь одного учебника и конспекта. Рекомендуется, кроме «заучивания» материала, добиться состояния понимания изучаемой темы дисциплины. С этой целью рекомендуется после изучения очередного параграфа выполнить несколько простых упражнений на данную тему. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе следующие вопросы (и попробовать ответить на них): о чем этот параграф?, какие новые понятия введены, каков их смысл?, что даст это на практике?

## **СОДЕРЖАНИЕ**

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛЕКЦИОННЫМ ЗАНЯТИЯМ

Лекция представляет собой систематическое устное изложение учебного материала. С учетом целей и места в учебном процессе различают лекции вводные, установочные, текущие, обзорные и заключительные. В зависимости от способа проведения выделяют лекции:

- *Информационные;*
- *Проблемные;*
- *Визуальные;*
- *бинарные (лекция-диалог);*
- *лекции-провокации;*
- *лекции-конференции;*
- *лекции-консультации;*
- *лекции-беседы;*
- *лекция с эвристическими элементами;*
- *лекция с элементами обратной связи;*
- *лекция с решением производственных и конструктивных задач;*
- *лекция с элементами самостоятельной работы студентов;*
- *лекция с решением конкретных ситуаций;*
- *лекция с коллективным исследованием;*
- *лекции спецкурсов.*

При чтении лекций по дисциплине «**Математические модели динамических систем**», используются следующие способы представления материала:

✓ *информационные* – проводятся с использованием объяснительно иллюстративного метода изложения; это традиционный для высшей школы тип лекций;

✓ *лекция с элементами обратной связи.* В данном случае подразумевается изложение учебного материала и использование знаний по смежным предметам (межпредметные связи) или по изученному ранее учебному материалу. Обратная связь устанавливается посредством ответов студентов на вопросы преподавателя по ходу лекции. Чтобы определить осведомленность студентов по излагаемой проблеме, в начале какого-либо раздела лекции задаются необходимые вопросы.

Если студенты правильно отвечают на вводный вопрос, преподаватель может ограничиться кратким тезисом или выводом и перейти к следующему вопросу.

Если же ответы не удовлетворяют уровню желаемых знаний, преподаватель сам излагает подробный ответ, и в конце объяснения снова задает вопрос, определяя степень усвоения учебного материала.

Если ответы вновь демонстрируют низкий уровень знаний студентов – следует изменить методику подачи учебного материала.

✓ *лекции спецкурсов*

Большое научное и образовательное значение имеют по узкому кругу вопросов, с более глубоким научным содержанием. Главная их задача – поиски новых путей в решении тех или иных научных проблем. На лекциях спецкурсов преподаватель излагает результаты собственной научной или производственной деятельности.

**В рамках дисциплины Математические модели динамических систем читаются следующие лекции**

## **РАЗДЕЛ 1. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

### **Лекция 1. Классификация и математические модели динамических систем.**

*информационная*

#### **Темы:**

Понятие о динамической системе.

Классификация и математические модели динамических систем.

Основные задачи и методы изучения динамических систем.

Непрерывные и дискретные динамические системы,

линейные и нелинейные математические модели,

колебательные системы и осцилляторы,

автоколебательные системы,

фазовый портрет динамической системы,

консервативные системы и системы с полной диссипацией энергии.

Устойчивость движения.

## **РАЗДЕЛ 1. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ИХ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

### **Лекция 2. Динамические системы второго порядка.**

*информационная*

#### **Темы:**

Динамические системы второго порядка.

Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости.

Автономные и неавтономные динамические системы,

фазовая плоскость и траектория,

понятие грубости динамической системы,

бифуркация динамических систем второго порядка,

квазилинейные динамические системы с одной степенью свободы и асимптотические методы.

## **РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ДРОБНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В ТЕОРИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

### **Лекция 3. Алгебра интегро-дифференциальных операторов.**

*лекция с элементами обратной связи.*

**Темы:**

Определение дробных интегралов и производных Римана-Лиувилля любого действительного порядка. Алгебра интегро-дифференциальных операторов.

Интеграл и производная Римана-Лиувилля,

класс абсолютно непрерывных функций,

необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения Абеля (теорема),

класс функций представимых дробным интегралом,

композиционные тождества,

достаточный признак существования производной.

**РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ДРОБНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В ТЕОРИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ****Лекция 4. Интегральные операторы и некоторые их свойства.**

*лекция с элементами обратной связи.*

**Темы**

Решение интегрального уравнения Вольтерры второго рода с ядром Абеля в классе суммируемых функций.

Интегральные операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и некоторые их свойства.

Существование и единственность решения интегрального уравнения Вольтерры второго рода с суммируемым ядром в классе суммируемых функций (теорема);

ядро типа Абеля, дробный интеграл Римана-Лиувилля и его степени;

метод Пикара,

ряд Неймана,

резольвента;

операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и их свойства.

**РАЗДЕЛ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПАМЯТЬЮ****Лекция 5. Дифференциальные уравнения с дробными производными.** *лекция спецкурсов***Темы**

Дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля (FDE),

дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью.

Постановки, корректность и методы решения начальных задач (задач типа Коши) для FDE,

обобщенная одномерная модель вязкоупругого тела с памятью,

дробные аналоги моделей:

Фойхта,

Максвелла,

Кельвина, и др.

Редукция задач о ползучести и релаксации к соответствующим интегральным уравнениям и их решения.

Качественный анализ решений, асимптотическое поведение.

## **РАЗДЕЛ 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ПАМЯТЬЮ**

### **Лекция 6. Дифференциальные уравнения дробных осцилляторов.** *лекция спецкурсов*

#### **Темы:**

Дифференциальные уравнения дробных осцилляторов.

Постановка, решение и корректность начальных задач.

Линейные дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля и постоянными коэффициентами.

Редукция задачи Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ к соответствующим интегральным уравнениям вольтерровского типа и их решение.

## **РАЗДЕЛ 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ПАМЯТЬЮ**

### **Лекция 7. Динамические системы со многими степенями свободы.** *лекция спецкурсов*

#### **Темы:**

Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух и математические модели эрдитарных динамических систем со многими степенями свободы и систем с распределенными параметрами.

Дробные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Редукция задачи типа Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ к соответствующим интегральным уравнениям вольтерровского типа и их решение.

#### ***Написание конспекта лекций:***

Конспект представляет собой относительно подробное, последовательное изложение содержания прочитанного. На первых порах целесообразно в записях ближе держаться тексту, прибегая зачастую к прямому цитированию автора. В дальнейшем, по мере выработки навыков конспектирования, записи будут носить более свободный и сжатый характер.

Конспект подразделяется на части в соответствии с заранее продуманным планом. В первую очередь необходимо составить план произведения письменно или мысленно, поскольку в соответствии с этим планом строится дальнейшая работа.

Лекции являются эффективным видом занятий для формирования у студентов способности быстро воспринимать новые факты, идеи, обобщать их, а также самостоятельно мыслить.

Лектор излагает теоретический и практический материал, относящийся к основному курсу. Из большого числа монографий, учебников, сборников лектор выбирает самое главное, помогает усвоить логику рассуждений. Интонацией голоса и манерой изложения лектором подчеркивает наиболее существенное, выделяет главное и второстепенное.

Студенту следует научиться понимать и основную идею лекции, а также, следуя за лектором, участвовать в усвоении новых мыслей. Но для этого надо быть подготовленным к восприятию очередной темы. Время, отведенное на лекцию, можно считать использованным

полноценно, если студенты понимают роль лектора, задачи лекции, если работают вместе с лектором, а не бездумно ведут конспект.

Подготовленным можно считать такого студента, который, присутствуя на лекции, усвоил ее содержание, а перед лекцией припомнил материал раздела, излагаемого на ней или просмотрел свой конспект, или учебник.

Перед лекцией необходимо прочитывать конспект предыдущей лекции, а после окончания крупного раздела курса рекомендуется проработать его по конспектам и учебникам.

Для наиболее важных дисциплин, вызывающих наибольшие затруднения, рекомендуется перед каждой лекцией просматривать содержание предстоящей лекции по учебнику с тем, чтобы лучше воспринять материал лекции. В этом случае предмет усваивается настолько, что перед экзаменом остается сделать немного для закрепления знаний.

### ***1. Рекомендации по конспектированию лекций***

Лекции являются эффективным видом занятий для формирования у студентов способности быстро воспринимать новые факты, идеи, обобщать их, а также самостоятельно мыслить.

Студенту следует научиться понимать и основную идею лекции, а также, следуя за лектором, участвовать в усвоении новых мыслей. Но для этого надо быть подготовленным к восприятию очередной темы. Время, отведенное на лекцию, можно считать использованным полноценно, если студенты понимают задачи лекции, если работают вместе с лектором, а не бездумно ведут конспект.

Подготовленным можно считать такого студента, который, присутствуя на лекции, усвоил ее содержание, а перед лекцией просмотрел конспект предыдущей лекции или учебник. После окончания крупного раздела курса рекомендуется проработать его по конспектам и учебникам.

Для наиболее важных дисциплин, вызывающих наибольшие затруднения, рекомендуется перед каждой лекцией просматривать содержание предстоящей лекции по учебнику с тем, чтобы лучше воспринять материал лекции. В этом случае предмет усваивается настолько, что перед экзаменом остается сделать немного для закрепления знаний.

Написание конспекта лекций необходимо проводить кратко, схематично; последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Незнакомые термины, понятия после лекции проверять с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации или на лабораторном занятии. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ

**Семинар** — это форма организации обучения, доминирующим компонентом которой является самостоятельная исследовательско-аналитическая работа студентов с учебной литературой и последующим активным обсуждением проблемы под руководством педагога.

Семинары проводятся по наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной дисциплины и имеют целью ее углубленное изучение, привитие обучающимся навыков самостоятельного поиска и анализа учебной информации, формирование и развитие у них научного мышления, умения активно участвовать в творческой дискуссии, делать правильные выводы, аргументировано излагать и отстаивать свое мнение. Подготовка студентов к семинару осуществляется на основе задания, которое разрабатывается преподавателем и доводится до обучающихся перед проведением первых занятий по теме семинара.

Коллективное обсуждение изучаемых вопросов, докладов и рефератов проводится на семинарских занятиях. Отличие семинаров от других форм обучения состоит в том, что они ориентируют обучаемых на большую самостоятельность в учебно-познавательной деятельности. В ходе семинарских занятий знания учащихся углубляются, систематизируются и контролируются в результате самостоятельной внеаудиторной работы с первоисточниками, документами, дополнительной литературой; укрепляются их мировоззренческие позиции; формируются оценочные суждения.

Принципы проведения семинарского занятия:

1. Комментарий основных вопросов плана семинара.
2. Указать обучающимся страницы в конспекте лекций, разделы учебников и учебных пособий, чтобы они получили общее представление о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует рекомендовать им поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам.
3. Развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования у студентов.
4. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, проводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции.

Семинар как развивающая, активная форма учебного процесса способствует выработке самостоятельного мышления студента, формированию информационной

культуры. Этому во многом помогают создающиеся спонтанно или создаваемые преподавателем и отдельными студентами в ходе семинара проблемные ситуации.

В заключение преподаватель, как руководитель семинара, подводит итоги семинара. Он может (выборочно) проверить конспекты обучающихся и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения.

Для стимулирования самостоятельного мышления используются различные *активные методики обучения*: проблемные ситуации, задания «закончить предложение», тесты, интерактивный опрос, деловая игра. Ряд студентов может получить задание - подготовить рефераты и выступить с тезисами, а затем преподаватель определяет вопросы для постановки перед группой.

**Практическое занятие** — форма организации обучения, которая направлена на формирование практических умений и навыков и является связующим звеном между самостоятельным теоретическим освоением студентами учебной дисциплины и применением ее положений на практике.

Практические занятия проводятся в целях: выработки практических умений и приобретения навыков в решении задач, выполнении заданий, производстве расчетов, разработке и оформлении документов, практического овладения иностранными языками и компьютерными технологиями. Главным их содержанием является практическая работа каждого студента. Подготовка студентов к практическому занятию и его выполнение, осуществляется на основе задания, которое разрабатывается преподавателем и доводится до обучающихся перед проведением и в начале занятия.

Наряду с семинарами, важное значение в подготовке студента к профессиональной деятельности имеют практические занятия. Они составляют значительную часть всего объема аудиторных занятий и имеют важнейшее значение для усвоения программного материала. Выполняемые задания могут подразделяться на несколько групп:

- 1) иллюстрацией теоретического материала и носят воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории.
- 2) образцы задач и примеров, разобранных в аудитории. Для самостоятельного выполнения требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения.
- 3) вид заданий, содержащий элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливать внутрипредметные и межпредметные связи. Решение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно.



- Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений.
- 4) может применяться выдача индивидуальных или опережающих заданий на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки в указанный срок.

## **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

### **Занятие 1: «Понятие о динамической системе. Классификация и математические модели динамических систем. Основные задачи и методы изучения динамических систем».**

#### **Задачи**

Анализ фазовых портретов динамических систем на плоскости.

Примеры простейших колебательных систем: консервативные системы и системы с полной диссипацией энергии.

### **Занятие 2: «Динамические системы второго порядка. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости».**

#### **Задачи**

Автономные динамические системы с одной степенью свободы,

фазовая плоскость и траектория,

классификация особых точек,

траекторий понятие грубости динамической системы,

бифуркация динамических систем второго порядка,

квазилинейные динамические системы с одной степенью свободы,

асимптотические методы.

**Занятие 3: «Динамические системы второго порядка. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости».**

Задачи

Фазовая плоскость и фазовый портрет,  
грубые динамические системы,  
примеры,  
бифуркация динамических систем второго порядка.

**Занятие 4: «Динамические системы второго порядка. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости».**

Задачи

Квазилинейные динамические системы с одной степенью свободы,  
методы малого параметра и асимптотические методы.

**Занятие 5: «Определение дробных интегралов и производных Римана-Лиувилля любого действительного порядка. Алгебра интегро-дифференциальных операторов».**

Задачи

Интегральное уравнение Абеля,  
дробные интегралы и производные Римана-Лиувилля порядка от нуля до единицы,  
дробное интегрирование и дифференцирование как взаимобратные операции,  
тождества для композиций операторов,  
теорема Тамаркина,  
вычисление дробных интегралов и производных от элементарных функций.

**Занятие 6: «Определение дробных интегралов и производных Римана-Лиувилля любого действительного порядка. Алгебра интегро-дифференциальных операторов»**

Задачи

Решение интегральных уравнений Вольтерры первого рода с ядром Абеля.

Вычисление дробных интегралов и производных от некоторых специальных функций, достаточные признаки существования дробной производной Римана-Лиувилля, производная по Капуто.

**Занятие 7: «Решение интегрального уравнения Вольтерры второго рода с ядром Абеля в классе суммируемых функций. Интегральные операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и некоторые их свойства».**

Задачи

Интегральные уравнения Вольтерры второго рода с суммируемым ядром в классе суммируемых функций;

ядро типа Абеля,

дробный интеграл Римана-Лиувилля и его степени;

метод Пикара,

ряд Неймана,

резольвента;

операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и их свойства,

доказательства некоторых свойств в качестве упражнений.

**Занятие 8: «Дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля (FDE)».**

Задачи

Постановки, корректность и методы решения начальных задач (задач типа Коши) для FDE, редукция задач к интегральным уравнениям, метод факторизации интегральных операторов, метод операционного исчисления (преобразование Лапласа).

**Занятие 9: «Дробные дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью».**

Задачи

Постановка и решение задач о ползучести.

**Занятие 10: «Дробные дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью».**

Задачи

Постановка и решение задачи релаксации напряжении.

**Занятие 11: «Дифференциальные уравнения дробных осцилляторов Постановка, решение и корректность начальных задач».**

Задачи

Постановка, решение и корректность начальных задач. Редукция задачи Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ второго порядка с младшими дробными производными к соответствующим интегральным уравнениям вольтеровского типа и их решение.

## **Занятие 12: «Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух».**

Задачи

Постановка, решение и корректность начальных задач.

Редукция задачи типа Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ к соответствующим интегральным уравнениям вольтерровского типа и их решение.

## **Занятие 13: «Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух и математические модели эрдитарных динамических систем со многими степенями свободы и систем с распределенными параметрами».**

Задачи

Постановка начальных задач.

Обзор методов решения.

Практические занятия проводятся в форме «круглого стола». В основе этого метода лежит принцип коллективного обсуждения проблем, изучаемых на занятии. Главная цель таких занятий состоит в том, чтобы обеспечить студентам возможность практического использования теоретических знаний в условиях, моделирующих форм деятельности научных работников.

Такие занятия, призваны обеспечить развитие творческого мышления профессионального мышления, познавательной мотивации и профессионального использования знаний в учебных условия. Профессиональное использование знаний – это свободное владение языком соответствующей науки, научная точность оперирования формулировками, понятиями, определениями. Студенты должны научиться выступать в роли докладчиков и оппонентов, владеть умениями и навыками постановки и решения интеллектуальных проблем и задач, доказательства и опровержения, отстаивать свою точку зрения, демонстрировать достигнутый уровень теоретической подготовки.

В основе коллективной мыслительной деятельности лежит диалогическое общение, один студент высказывает мысль, другой продолжает или отвергает ее. Известно, что диалог требует постоянного умственного напряжения, мыслительной активности. Данная форма учит студентов внимательно слушать выступления других, формирует аналитические способности, учит сравнивать, выделять главное, критически оценивать полученную информацию, доказывать, формулировать выводы. Коллективная форма взаимодействия и общения учит студентов формулировать мысли на профессиональном языке, владеть устной речью, слушать, слышать и понимать других, корректно и аргументированно вести спор.

Совместная работа требует не только индивидуальной ответственности и самостоятельности, но и самоорганизации работы коллектива, требовательности, взаимной ответственности и дисциплины. На таких семинарах формируются предметные и социальные качества профессионала, достигаются цели обучения и воспитания личности будущего специалиста.

## СОДЕРЖАНИЕ

## ВОПРОСЫ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Перечень вопросов к зачету

1. Понятие о динамической системе. Классификация и математические модели динамических систем.
2. Основные задачи и методы изучения динамических систем.
3. Устойчивость движения.
4. Динамические системы второго порядка.
5. Некоторые аспекты качественного исследования динамических систем на плоскости.
6. Интеграл и производная Римана-Лиувилля, класс абсолютно непрерывных функций,
7. Необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения Абеля (теорема) и класс функций, представимых дробным интегралом,
8. Композиционные тождества и достаточный признак существования производной.
9. Решение интегрального уравнения Вольтерры второго рода с ядром Абеля в классе суммируемых функций.
10. Интегральные операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и некоторые их свойства.
11. Существование и единственность решения интегрального уравнения Вольтерры второго рода с суммируемым ядром в классе суммируемых функций (теорема); ядро типа Абеля.
12. Дробный интеграл Римана-Лиувилля и его степени.
13. Метод Пикара, ряд Неймана, резольвента.
14. Операторы с функцией типа Миттаг-Леффлера в ядре и их свойства.
15. Дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля (FDE)
16. Дифференциальные уравнения реологических моделей вязкоупругого тела с памятью.
17. Постановки, корректность и методы решения начальных задач (задач типа Коши) для FDE.
18. Обобщенная одномерная модель вязкоупругого тела с памятью, дробные аналоги моделей Фойхта, Максвелла, Кельвина, и др.
19. Редукция задач о ползучести и релаксации к соответствующим интегральным уравнениям и их решения.
20. Качественный анализ решений, асимптотическое поведение.
21. Дифференциальные уравнения дробных осцилляторов. Постановка, решение и корректность начальных задач.
22. Линейные дифференциальные уравнения с дробными производными Римана-Лиувилля и постоянными коэффициентами.
23. Редукция задачи Коши и видоизмененной задачи типа Коши для ДУ к соответствующим интегральным уравнениям вольтеровского типа и их решение.
24. Дробно-осцилляционные уравнения порядка выше двух и математические модели эрдитарных динамических систем со многими степенями свободы и систем с распределенными параметрами.
25. Дробные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

### [СОДЕРЖАНИЕ](#)

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Выпускник по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика Самарского государственного технического университета отвечает следующим требованиям:

- имеет целостное представление о процессах и явлениях, происходящих в неживой и живой природе, понимает возможности современных научных методов познания природы и владеет ими на уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнонаучное содержание и возникающих при выполнении профессиональных функций;
- способен продолжить обучение в аспирантуре, вести профессиональную деятельность в иноязычной среде;
- владеет культурой мышления, знает его общие законы, способен в письменной и устной речи правильно (логически) оформить его результаты;
- умеет на научной основе организовать свой труд, владеет компьютерными методами сбора, хранения и обработки (редактирования) информации, применяемые в сфере его профессиональной деятельности;
- способен в условиях развития науки и изменяющейся социальной практики к переоценке накопленного опыта, анализу своих возможностей, умеет приобретать новые знания, обучаться в аспирантуре, использовать другие формы обучения, включая самостоятельные и информационно образовательные технологии;
- понимает сущность и социальную значимость своей будущей профессии, основные проблемы дисциплин, определяющих конкретную область его деятельности, видит их взаимосвязь в целостной системе знаний;
- способен к проектной деятельности в профессиональной сфере на основе системного подхода, умеет строить и использовать модели для описания и прогнозирования различных явлений, осуществлять их качественный и количественный анализ;
- способен поставить цель и сформулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций, умеет использовать для их решения методы изученных им наук;
- готов к кооперации с коллегами и работе в коллективе, знаком с методами управления, умеет организовать работу исполнителей, находить и принимать управленческие решения в условиях различных мнений, знает основы педагогической деятельности;
- методически и психологически готов к изменению вида и характера своей профессиональной деятельности, работе над междисциплинарными проектами;
- знает основные тенденции развития современными естествознания, принципы математического моделирования и его применения в исследовании физических, химических, биологических, экологических процессов;
- способен к совершенствованию своей профессиональной деятельности в области математики, программирования.

## **СОДЕРЖАНИЕ**



## ЛИТЕРАТУРА

### Основная литература

| № п/п | Учебник, учебное пособие (приводится библиографическое описание учебника, учебного пособия)  | Ресурс<br>НТБ СамГТУ | Кол-во экз. |
|-------|--|----------------------|-------------|
| 1.    | Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М.: Физматлит, 2003. – 272 с.  | Изд-во «Лань»        |             |
| 2     | Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005. - 226 с. | 539.37<br>Р 159      | <b>5</b>    |

### Дополнительная литература

| № п/п | Учебник, учебное пособие, монография, справочная литература (приводится библиографическое описание)   | Ресурс<br>НТБ СамГТУ    | Кол-во экз.       |
|-------|---|-------------------------|-------------------|
| 1.    | Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем с обзором последних достижений / Пер. с англ./ М.: Изд-во МЦНМО, 2005. – 464 с.   | 517.938<br>К-296        | 2                 |
| 2.    | Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1990. – 486 с.  | 517.93<br>Б-296         | 3                 |
| 3.    | Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987. – 382 с.   | 534(075.8)<br>Б-93      | 4                 |
| 4.    | Самко С.Г. Килбас А.А. Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987 – 688 с.   | 517<br>С-171            | 2                 |
| 5.    | Огородников Е.Н. Яшагин Н.С. Некоторые специальные функции в решении задачи Коши для одного дробного осцилляционного уравнения. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2009, №1(18). С. 276-279.                          | Сайт НЭБ<br>eLIBRARY.RU | Электр.<br>ресурс |
| 6.    | Огородников Е.Н. Яшагин Н.С. Постановка и решение задач типа Коши для дифференциальных уравнений второго порядка с дробными производными Римана-Лиувилля. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2010, №1 (20). С. 24-36. | Сайт НЭБ<br>eLIBRARY.RU | Электр.<br>ресурс |
| 7.    | Огородников Е.Н. Некоторые аспекты теории начальных задач для дифференциальных уравнений с производными Римана-Лиувилля. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2010, №5 (21). С. 10-23.                                  | Сайт НЭБ<br>eLIBRARY.RU | Электр.<br>ресурс |
| 8.    | Огородников Е.Н. Математические модели дробных осцилляторов, постановка и структура решения задачи Коши. В сб.: Труды шестой Всероссийской научной конференции с международным участием:  | Сайт НЭБ<br>eLIBRARY.RU | Электр.<br>ресурс |

|    |  |                      |                |
|----|--|----------------------|----------------|
|    | «Математическое моделирование и краевые задачи». Часть 1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций. Самара: СамГТУ, 2009. – С. 177-181.  |                      |                |
| 9. | Огородников Е.Н., Радченко В.П., Яшагин Н.С. Реологические модели вязкоупругого тела с памятью и дифференциальные уравнения дробных осцилляторов. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ-мат. науки, - 2011, №1(22). С. 255-268. | Сайт НЭБ eLIBRARY.RU | Электр. ресурс |

### **Периодические издания**

перечень отраслевых периодических изданий по профилю дисциплины, имеющих в НТБ СамГТУ:

1. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки.

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет»**

- Сайт научной электронной библиотеки LIBRARY.RU (<http://elibrary.ru>)  
 Общероссийский математический портал Math-Net.ru (<http://www.mathnet.ru>)

### **[СОДЕРЖАНИЕ](#)**

**Огородников Евгений Николаевич**

**Методические указания по дисциплине  
«Математические модели динамических систем»**

Электронные методические указания  
Компьютерная верстка Е. В. Башкинова

Подписано для размещения в электронной библиотеке СамГТУ 25.12.2014

Формат 60x84  $\frac{1}{8}$ .

Усл. п. л. .12,09\_. Уч. -изд. л. 13,37.

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

«Самарский государственный технический университет»

443100. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Главный корпус.

E-mail [radch@samgtu.ru](mailto:radch@samgtu.ru)