



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВПО «СамГТУ»)

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ»**

Самара 2014г.

Жданов А.И.,

Методические указания по дисциплине «Современные проблемы вычислительной и линейной алгебры» / Самар. гос. техн. ун-т; Сост. Жданов А.И. Самара, 2014г.

Методические указания предназначены для работы в аудитории и самостоятельной работы магистров по направлению подготовки 01.04.02 (010400.68) «Прикладная математика и информатика».

Печатается по решению методического совета Инженерно-экономического факультета

СОДЕРЖАНИЕ

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | Предисловие | 4 |
| 2 | Введение | 7 |
| 3 | Методические указания для самостоятельной работы обучающихся | 8 |
| 4 | Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины | 19 |
| 4.1 | Методические указания к лекционным занятиям | 19 |
| 4.2 | Методические указания к практическим (семинарским) занятиям | 22 |
| 5 | Вопросы для аттестации по дисциплине | 26 |
| 6 | Заключение | 30 |
| 7 | Литература | 31 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

Магистр по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика в соответствии с выбранными приоритетными видами профессиональной деятельности должен быть подготовлен к решению следующих профессиональных задач:

в научной и научно-исследовательской деятельности:

- изучение новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности;
- применение наукоемких технологий и пакетов программ для решения прикладных задач в области физики, химии, биологии, экономики, медицины, экологии; изучение информационных систем методами математического прогнозирования и системного анализа;
- изучение больших систем современными методами высокопроизводительных вычислительных технологий, применение современных суперкомпьютеров в проводимых исследованиях;
- исследование и разработка математических моделей, алгоритмов, методов, программного обеспечения, инструментальных средств по тематике проводимых научно-исследовательских проектов;
- составление научных обзоров, рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований;
- участие в работе научных семинаров, научно-тематических конференций, симпозиумов;
- подготовка научных и научно-технических публикаций;

в проектной и производственно-технологической деятельности:

- исследование математических методов моделирования информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно-исследовательских прикладных задач или опытно-конструкторских работ;
- исследование автоматизированных систем и средств обработки информации, средств администрирования и методов управления безопасностью компьютерных сетей;
- изучение элементов проектирования сверхбольших интегральных схем, моделирование и разработка математического обеспечения оптических или квантовых элементов для компьютеров нового поколения;
- разработка программного и информационного обеспечения компьютерных сетей, автоматизированных систем вычислительных комплексов, сервисов, операционных систем и распределенных баз данных;
- разработка и исследование алгоритмов, вычислительных моделей и моделей данных для реализации элементов новых (или известных) сервисов систем информационных технологий;
- разработка архитектуры, алгоритмических и программных решений системного и изучение языков программирования, алгоритмов, библиотек и пакетов программ, прикладного программного обеспечения;
- продуктов системного и прикладного программного обеспечения;
- изучение и разработка систем цифровой обработки изображений, средств компьютерной графики, мультимедиа и автоматизированного проектирования;
- развитие и использование инструментальных средств, автоматизированных систем в научной и практической деятельности;

в педагогической деятельности:

- владение методикой преподавания учебных дисциплин;
- владение методами электронного обучения;
- консультирование по выполнению курсовых и дипломных работ студентов образовательных учреждений высшего профессионального и среднего профессионального образования по тематике в области прикладной математики и информационных технологий;
- проведение семинарских и практических занятий по общематематическим дисциплинам, а также лекционных занятий по профилю специализации.

Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями:

- способностью понимать философские концепции естествознания, владеть основами методологии научного познания при изучении различных уровней организации материи, пространства и времени (ОК-1);
- способностью иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития (ОК-2);
- способностью использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики (ОК-3);
- способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОК-4);
- способностью порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе (ОК-5);
- способностью совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности (ОК-6);
- способностью и готовностью к активному общению в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности (ОК-7);
- способностью свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения; способностью к активной социальной мобильности (ОК-8);
- способностью использовать углубленные знания правовых и этических норм при оценке последствий своей профессиональной деятельности, при разработке и осуществлении социально значимых проектов (ОК-9).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями:

- способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты (ПК-1);
- способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);
- проектная и производственно-технологическая деятельность: способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3);
- способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-4);

- организационно-управленческая деятельность: способностью управлять проектами (подпроектами), планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта (ПК-5);
- способностью организовывать процессы корпоративного обучения на основе технологий электронного и мобильного обучения и развития корпоративных баз знаний (ПК-6);
- нормативно-методическая деятельность: способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-7);
- педагогическая деятельность: способностью проводить семинарские и практические занятия с обучающимися, а также лекционные занятия спецкурсов по профилю специализации (ПК-8);
- способностью разрабатывать учебно-методические комплексы для электронного и мобильного обучения (ПК-9);
- способностью разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий по профильной направленности ООП магистратуры (ПК-10);
- способностью работать в международных проектах по тематике специализации (ПК-11);
- способностью участвовать в деятельности профессиональных сетевых сообществ по конкретным направлениям (ПК-12);
- социально ориентированная: способностью осознавать корпоративную политику в области повышения социальной ответственности бизнеса перед обществом, принимать участие в ее развитии (ПК-13);
- социально ориентированная деятельность: способность использования основ защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий и применения современных средств поражения, основных мер по ликвидации их последствий, способность к общей оценке условий безопасности жизнедеятельности (ПК-13);
- способность реализации решений, направленных на поддержку социально значимых проектов, на повышение электронной грамотности населения, обеспечения общедоступности информационных услуг (ПК-14).

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Современные проблемы вычислительной и линейной алгебры» является формирование общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для реализации преимущественно следующих видов деятельности: научной и научно-исследовательской, а также педагогической:

ОК-2 Способность иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития.

ОК-3 Способность использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики.

ПК-1 Способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты.

Задачами изучения дисциплины выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине знаний:

- методов решения основных задач вычислительной линейной алгебры (ВЛА);
- основных прямых и итерационных методов решения СЛАУ;
- основных положений современной вычислительной алгебры;
- методов моделирования сложных систем при помощи современных алгоритмов вычислительной линейной алгебры;

умений:

- применять методы и алгоритмы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности для решения уравнений математической физики;
- оценивать точность полученных компьютерных решений вычислительных задач;
- применять численные методы решения СЛАУ для решения основных задач прикладной математики (математической физики, математического моделирования, задач анализа данных);
- ориентироваться в круге основных проблем, возникающих при решении плохо обусловленных и приближённых СЛАУ большой и сверхбольшой размерности;

навыков:

- современными пакетами прикладных программ для решения задач ВЛА.
- компьютерными технологиями и пакетами прикладных программ для решения задач ВЛА (задач решения СЛАУ и алгебраической проблемы собственных значений).
- решения больших разреженных СЛАУ
- решения линейных систем большой размерности для конкретных процессов и проводить необходимые расчеты в рамках построенной модели.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с современной вычислительной математикой, методов решения плохо обусловленных и некорректных задач математической физики и математического моделирования.

СОДЕРЖАНИЕ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ»**

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составляющих учебного процесса, в ходе которого происходит формирование знаний, умений и навыков в учебной, научно-исследовательской, профессиональной деятельности, формирование общекультурных и профессиональных компетенций будущего магистра.

Учебно-методическое обеспечение создаёт среду актуализации самостоятельной творческой активности студентов, вызывает потребность к самопознанию, самообучению. Таким образом, создаются предпосылки «двойной подготовки» - личностного и профессионального становления. Для успешного осуществления самостоятельной работы необходимы:

1. Комплексный подход организации самостоятельной работы по всем формам аудиторной работы;
2. Сочетание всех уровней (типов) самостоятельной работы, предусмотренных рабочей программой;
3. Обеспечение контроля за качеством усвоения.

Методические материалы по самостоятельной работе студентов содержат целевую установку изучаемых тем, списки основной и дополнительной литературы для изучения всех тем дисциплины, теоретические вопросы и вопросы для самоподготовки, усвоив которые магистрант может выполнять определенные виды деятельности (предлагаемые на практических, семинарских, лабораторных занятиях), методические указания для студентов.

Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к текущим аудиторным занятиям

- для овладения знаниями:

- чтение текста (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций);
- составление плана текста;
- графическое изображение структуры текста;
- конспектирование текста;
- работа со словарями и справочниками; работа с нормативными документами;
- учебно-исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники, Интернет и др.;

- для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекции (обработка текста);
- аналитическая работа с фактическим материалом (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций, аудио- и видеозаписей);
- составление плана и тезисов ответа;
- составление таблиц и схем для систематизации фактического материала;
- изучение нормативных материалов; ответы на контрольные вопросы;
- аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование и др.);
- подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции;

подготовка рефератов, докладов;
составление библиографии;
тестирование и др.;

-для формирования умений:

решение задач и упражнений по образцу;
решение вариативных задач и упражнений;
выполнение чертежей, схем;
выполнение расчетно-графических работ;
решение ситуационных производственных (профессиональных) задач;
подготовка к деловым играм;
проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности;
подготовка курсовых и дипломных работ (проектов);
экспериментально-конструкторская работа; исследовательская и проектная работа.

Проработка теоретического материала (учебниками, первоисточниками, дополнительной литературой). При изучении нового материала на лекциях, освещаются наиболее важные и сложные вопросы учебной дисциплины, вводится новый фактический материал. Поэтому к каждому последующему занятию студенты готовятся по следующей схеме: - разобраться с основными положениями предшествующей лекции; - изучить соответствующие темы в учебных пособиях.

Работа с дополнительной учебной и научной литературой. Включает в себя составление плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; конспектирование научных статей заданной тематики.

Составление презентаций на темы лекций Практические рекомендации по созданию презентаций Создание презентации состоит из трех этапов:

1. Планирование презентации – это многошаговая процедура, включающая определение целей, изучение аудитории, формирование структуры и логики подачи материала.
2. Разработка презентации – методологические особенности подготовки слайдов презентации, включая вертикальную и горизонтальную логику, содержание и соотношение текстовой и графической информации.
3. Репетиция презентации – это проверка и отладка созданной презентации.

Перечень тем, выносимых для самостоятельной работы студентов. Одним из видов самостоятельной работы, позволяющей студенту более полно освоить учебный материал, является подготовка сообщений (докладов), эссе, реферата.

Доклад – это научное сообщение на семинарском занятии, заседании студенческого научного кружка или студенческой конференции.

Эссе – жанр философской, литературно-критической, историко-биографической, публицистической прозы, сочетающий подчеркнуто индивидуальную позицию автора с непринужденным, часто парадоксальным изложением, ориентированным на разговорную речь.

Реферат – это краткое изложение современной научной и учебной литературы, журнальных и газетных публикаций, статистических материалов по конкретной теме. Процесс написания реферата включает в себя несколько этапов: выбор темы реферата; поиск

научной и учебной литературы по выбранной теме и ее обзор; разработка плана реферата; написание содержания реферата; оформление реферата в соответствии с требованиями; сдача реферата преподавателю и его защита перед аудиторией оценка реферата (оценивается уровень полноты проведенного исследования; качество оформления работы; самостоятельность студента, творческая инициатива и умение защищать принятые решения).

Следует выделить подготовку к экзаменам, зачетам, защитами как особый вид самостоятельной работы. Основное его отличие от других видов самостоятельной работы состоит в том, что обучающиеся решают задачу актуализации и систематизации учебного материала, применения приобретенных знаний и умений в качестве структурных элементов компетенций, формирование которых выступает целью и результатом освоения образовательной программы.

По дисциплине «Современные проблемы вычислительной и линейной алгебры» применяются следующие виды самостоятельной работы:

1. Подготовку к текущим лекционным занятиям

Для лучшего понимания и усвоения лекционного материала необходимо иметь широкое представление по некоторым разделам линейной алгебры лежащим в основе данной дисциплины. Подготовка к лекциям позволит студентам быть ее активными участниками, а не только слушателями.

Подготовка к лекциям предусматривает

просмотр конспектов по ранее пройденным дисциплинам;

составление таблиц и схем для систематизации фактического материала.

проработку теоретического материала (учебниками, первоисточниками, дополнительной литературой).

работу с дополнительной учебной и научной литературой.

Подготовка к лекционному занятию по разделу 1.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ АЛГЕБРЫ.

Систематизация основных положений разделов линейной алгебры.

Линейные пространства: Определение линейного пространства. Свойства линейного пространства. Линейная зависимость.

Свойства систем векторов. Базис линейного пространства. Линейные операции в координатной форме. Размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при замене базиса. Линейное пространство над полем. Размерность линейного подпространства. Ранг системы векторов. Линейные оболочки и системы уравнений.

Евклидовы пространства: Определение евклидова пространства. Неравенство Коши — Буняковского. Нормированные пространства. Угол между векторами. Ортогональные системы векторов. Ортогональные и ортонормированные базисы. Вычисления в ортонормированном базисе. Процесс ортогонализации Грама — Шмидта. Ортогональное дополнение. Метод наименьших квадратов. Псевдорешения и псевдообратная матрица.

Линейные операторы: Определение и примеры линейных операторов. Изоморфизм линейных пространств. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного

оператора. Произведение линейных операторов. Линейные пространства линейных операторов.

Для систематизации фактического материала, отразите в конспекте основные формулы и определения. Для удобства разделите материал на категории. Выполнить данное задание можно в тетрадке или на компьютере.

Подготовка к лекционным занятиям по разделу 2.

УСТОЙЧИВОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ.

Систематизация основных положений разделов линейной алгебры

Собственные векторы и собственные значения.

Характеристическое уравнение матрицы. Характеристическое уравнение линейного оператора. Собственные векторы линейного оператора. Вычисление собственных значений и собственных векторов. Свойства собственных векторов. Жорданова нормальная форма .

Самосопряженные операторы.

Сопряженный оператор. Самосопряженные операторы и их матрицы. Собственные векторы самосопряженного оператора. Инвариантные подпространства самосопряженного оператора.

Ортогональные матрицы и операторы.

Ортогональные матрицы и их свойства. Ортогональные операторы.

Погрешности вычислений.

Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешность.

Особенности машинной арифметики.

Для повторения данного материала, составьте таблицы или схемы (алгоритмическую блок-схему или структурно логическую). Для систематизации фактического материала, отразите в конспекте основные формулы (определения) или приложение. Для удобства разделите материал на категории это может быть общая категория, или наоборот несколько частных. Выполнить данное задание можно в тетрадке или на компьютере.

Подготовка к лекционным занятиям по разделу 3.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Систематизация основных положений разделов линейной алгебры.

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений.

Матрицы и их свойства.

Метод Гаусса.

Метод прогонки.

Оценка погрешностей решений, получаемых прямыми методами.

Решение систем с прямоугольными матрицами.

Постановка задачи наименьших квадратов.

Нормальные уравнения.

Итерационные методы решения СЛАУ: метод простых итераций, метод Зейделя, метод Зейделя для нормальных систем.

Для повторения данного материала, составьте таблицы или схемы (алгоритмическую блок-схему или структурно логическую). Для систематизации фактического материала,

отразите в конспекте основные формулы (определения) или приложение. Для удобства разделите материал на категории это может быть общая категория, или наоборот несколько частных. Выполнить данное задание можно в тетрадке или на компьютере.

Подготовка к лекционному занятию по разделу 4.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Систематизация основных положений разделов линейной алгебры.

Корректность вычислительной задачи.

Обусловленность вычислительной задачи.

Понятие корректно и некорректно поставленных задач.

Вырожденные и плохо обусловленные СЛАУ

Вопросы устойчивости: устойчивость по Ляпунову, устойчивость решений линейных систем

Для повторения данного материала, составьте таблицы или схемы (алгоритмическую блок-схему или структурно логическую). Для систематизации фактического материала, отразите в конспекте основные формулы (определения) или приложение. Для удобства разделите материал на категории это может быть общая категория, или наоборот несколько частных. Выполнить данное задание можно в тетрадке или на компьютере.

2. Подготовка к практическим занятиям, выполнение домашней работы

- для овладения знаниями:

чтение текста (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций);

- для закрепления и систематизации знаний:

работа с конспектом лекции (обработка текста);

подготовка докладов;

-для формирования умений:

решение задач и упражнений по образцу;

решение вариативных задач и упражнений.

1. Подготовка к практическому занятию по теме: понятие о структурной математической модели.

Подготовка к практическим занятиям по темам:

Нормированные пространства.

Векторные нормы.

Эквивалентность векторных норм.

Матричные нормы.

Основные типы норм в арифметических пространствах.

Согласованные матричные нормы.

Операторные матричные нормы.

Примеры матричных норм.

Проработка нового материала по лекциям и литературе

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2006. – 87с.

Вержбицкий В. М. Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения [Текст]: Учеб.пособие / В. М. Вержбицкий. - М. : Высш.шк., 2000. - 266 с.

Волков Е. А. Численные методы [Текст] : учеб.пособие / Е. А. Волков. - 4-е изд.,стер. - М. ; СПб. ; Краснодар : Лань, 2007. - 248 с. - ([Учеб.для вузов.Спец.лит.]

Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:

Нормированные пространства.

Векторные нормы.

Эквивалентность векторных норм.

Матричные нормы.

Основные типы норм в арифметических пространствах.

Согласованные матричные нормы.

Операторные матричные нормы.

1. Для вектора $b = (-1, -2, -1)$, норма $\|b\|_1$ равна
2. Для вектора $b = (6, 8, 0)$, норма $\|b\|_2$ равна
3. Для вектора $b = (4, 8, -5)$, норма $\|b\|_\infty$ равна
3. Проверить сходимость матриц по норме, в случае расходимости матрицы, привести к сходящемуся виду, используя элементарные преобразования

$$1) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -4 & 6 & 0 \\ 3 & 5 & 9 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $\|A\|_1$ и $\|A\|$ равна

5. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & 4 \\ -1 & 2 & -5 \\ 8 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ $\|A\|_1$ и $\|A\|$ равна

6. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ $\|A\|_\infty$ и $\|A\|_E$ равна

7. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$ $\|A\|_\infty$ и $\|A\|_E$ равна

8. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 5 & 5 & 6 \\ 4 & 8 & 9 \\ 6 & 10 & 12 \end{pmatrix}$ вычислить нормы $\|A\|$, $\|A\|_1$, $\|A\|_\infty$, $\|A\|_E$

9. Привести примеры подчиненных матричных норм.

10. Дать определения основным типам матриц: квадратная, обратная, симметричная, эрмитова, положительно и неотрицательно определенные квадратные матрицы.

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач. 2 часть: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2007. – 79с.

Вычислить.

Глава 3, задания 3.3, 3.4, 3.6, 3.7.

2. Подготовка к практическим занятиям по разделу 2:

Связь относительной погрешности решения СЛАУ с относительными погрешностями в исходных данных.

Число обусловленности матрицы для различных матричных норм.

Спектральное число обусловленности.

Прямые методы решения систем линейных уравнений.

Прямая и обратная подстановка для треугольных систем.

Различные типы упорядочивания тройного цикла в методе исключения Гаусса.

Метод Холесского для решения СЛАУ с симметричной квадратной матрицей.

Решение СЛАУ с трехдиагональной матрицей методом прогонки.

Проработка нового материала по лекциям и литературе

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2006. – 87с.

[Вержбицкий В. М.](#) Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения [Текст]: Учеб.пособие / В. М. Вержбицкий. - М. : Высш.шк., 2000. - 266 с.

[Волков Е. А.](#) Численные методы [Текст] : учеб.пособие / Е. А. Волков. - 4-е изд.,стер. - М. ; СПб. ; Краснодар : Лань, 2007. - 248 с. - ([Учеб.для вузов.Спец.лит.])

[Самарский А. А.](#) Введение в численные методы [Текст] : учеб. пособие / А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - М. ; СПб. ; Краснодар : Лань, 2009. - 288 с. : схем., табл. - (Классич.учеб.лит.по математике) (Учеб.для вузов). - Библиогр.: с. 281. - Предм. указ.: с. 284-286.

Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:

Связь относительной погрешности решения СЛАУ с относительными погрешностями в исходных данных.

Число обусловленности матрицы для различных матричных норм.

Прямые методы решения систем линейных уравнений.

Прямая и обратная подстановка для треугольных систем.

Метод Холесского для решения СЛАУ с симметричной квадратной матрицей.

Решение СЛАУ с трехдиагональной матрицей методом прогонки.

Выполнение домашних заданий

[Вержбицкий В. М.](#) Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения [Текст]: Учеб.пособие / В. М. Вержбицкий. - М. : Высш.шк., 2000. - 266 с.

Разобрать примеры

Глава 2, пример 2.1 (метод Гаусса), пример 2.3 (метод прогонки).

Вычислить

Глава 1 задания 1.3, 1.4, 1.6, 1.7 (Число обусловленности матрицы для различных матричных норм)

Глава 2 задания 2.1, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7 (Прямые методы решения систем линейных уравнений, метод Гаусса, метод Холесского, решение СЛАУ с трехдиагональной матрицей методом прогонки)

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2006. – 87с.

Разобрать примеры

Глава 3 пример 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3, 3.2.4. (Число обусловленности матрицы для различных матричных норм)

Задания.

- Записать алгоритм решения линейных систем методом Гаусса. Как усилить устойчивость алгоритма.
- Описать вычисление определителя и обращение матрицы с помощью метода Гаусса.
- Сравнить по трудоемкости вычислений метод Гаусса и метод прогонки.
- При каких условиях метод квадратных корней (метод Холецкого) будет расходиться?

3. Подготовка к практическим занятиям по разделу 3:

Решение СЛАУ произвольной размерности.

Задача наименьших квадратов.

Ортогональные матрицы.

Решение произвольных СЛАУ методом нормальных уравнений.

Вычисление QR разложения матрицы методом Грама – Шмидта, с помощью преобразований Хаусхолдера, методом вращений Гивенса.

Решение СЛАУ с помощью QR разложения.

Вычисление псевдообратной матрицы методом Гревилля и итерационным методом Бен - Израэля.

Сингулярное разложение матрицы.

Вычисление спектрального числа обусловленности матрицы с помощью сингулярного разложения.

Связь спектрального и сингулярного разложения для симметричной матрицы.

Решение СЛАУ с матрицей произвольного ранга с помощью сингулярного разложения.

Проработка нового материала по лекциям и литературе

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2006. – 87с.

[Вержбицкий В. М.](#) Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения [Текст]: Учеб.пособие / В. М. Вержбицкий. - М. : Высш.шк., 2000. - 266 с.

[Волков Е. А.](#) Численные методы [Текст] : учеб.пособие / Е. А. Волков. - 4-е изд.,стер. - М. ; СПб. ; Краснодар : Лань, 2007. - 248 с. - ([Учеб.для вузов.Спец.лит.])

Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:

Задача наименьших квадратов.

Ортогональные матрицы.

Решение произвольных СЛАУ методом нормальных уравнений.

Решение СЛАУ с помощью QR разложения.

Вычисление псевдообратной матрицы методом Гревилля и итерационным методом Бен - Израэля.

Сингулярное разложение матрицы.

Связь спектрального и сингулярного разложения для симметричной матрицы.

Решение СЛАУ с матрицей произвольного ранга с помощью сингулярного разложения

Выполнение домашних заданий

[Вержбицкий В. М.](#) Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения [Текст]: Учеб.пособие / В. М. Вержбицкий. - М. : Высш.шк., 2000. - 266 с.

Разобрать примеры

Глава 2, пример 2.2 (LU разложение матрицы).

Глава 4 пример 4.4(LU алгоритм, поиск собственных чисел).

Глава 5 пример 5.1, 5.2, 5.6 (QR разложения).

Глава 6 пример 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 (Сингулярное разложение матрицы, Вычисление псевдообратной матрицы)

Вычислить

Глава 2, задания 2.2 (LU разложение матрицы).

Глава 4, задания 4.8, 4.9 (LU алгоритм)

Глава 5, задания 5.8, 5.9 (QR разложения).

Глава 6, задания 6.1, 6.2, 6.6, 6.7 (Сингулярное разложение матрицы, Вычисление псевдообратной матрицы)

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2006. – 87с.

Разобрать примеры

Глава3 пример 3.3.1, 3.3.2 (теория псевдорешений)

Задания.

- Записать QR алгоритм разложения квадратной матрицы
- Записать QR алгоритм нахождения собственных чисел с двойными сдвигами
- Применение SVD разложения.

Подготовка к практическим занятиям по темам:

Специальные методы решения плохо обусловленных СЛАУ. Необходимость в априорной информации об ошибке для плохо обусловленных задач.

Метод регуляризации Тихонова.

Задача оптимального выбора параметра регуляризации.

Выбор параметра регуляризации методом невязки и перекрестной значимости.

Спектральное число обусловленности матрицы метода расширенных нормальных уравнений.

Решение задачи регуляризации Тихонова с помощью расширенных нормальных уравнений.

Проработка нового материала по лекциям и литературе

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2006. – 87с.

Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач. 2 часть: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2007. – 79с.

Жданов А.И. Метод расширенных регуляризованных нормальных систем // ЖВМиМФ, 2012. Т.52, №2. С. 205-208

Жданов А. И., Иванов А. А. Проекционный регуляризирующий алгоритм для решения некорректных линейных алгебраических систем большой размерности // Вестник СамГТУ. Серия физ.-мат. науки, № 5(21). Самара: СамГТУ, 2010. - С. 309-312.

Жданов А. И., Михайлов И. А. Метод расширенных нормальных уравнений для задач регуляризации Тихонова с дифференцирующим оператором // Вестник СамГТУ. Серия физ.-мат. науки, № 3(36). Самара: СамГТУ, 2014. - С. 132-142.

Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:

Специальные методы решения плохо обусловленных СЛАУ.

Метод регуляризации Тихонова.

Задача оптимального выбора параметра регуляризации.

Выбор параметра регуляризации методом невязки и перекрестной значимости.

Решение задачи регуляризации Тихонова с помощью расширенных нормальных уравнений.

Жданов А. И., Михайлов И. А. Метод расширенных нормальных уравнений для задач регуляризации Тихонова с дифференцирующим оператором // Вестник СамГТУ. Серия физ.-мат. науки, № 3(36). Самара: СамГТУ, 2014. - С. 132-142.

Разобрать пример

Рассмотреть новый прием для решения задачи о минимизации параметрического сглаживающего функционала Тихонова при малых значениях параметра регуляризации, который позволяет эффективно вычислять нормальные псевдорешения систем линейных алгебраических уравнений большой размерности.

Жданов А.И. Метод расширенных регуляризованных нормальных систем // ЖВМиМФ, 2012. Т.52, №2. С. 205-208

Разобрать пример

Рассмотреть вычислительный алгоритм получения решений расширенных регуляризованных нормальных систем уравнений при различных параметрах регуляризации.

Изучить вычислительные затраты и требуемый объем оперативной памяти вычислительного алгоритма.

Изучить приведенное сравнение предложенного вычислительного алгоритма с алгоритмом, использующим сингулярное разложение.

Жданов А. И., Иванов А. А. Проекционный регуляризирующий алгоритм для решения некорректных линейных алгебраических систем большой размерности // Вестник СамГТУ. Серия физ.-мат. науки, № 5(21). Самара: СамГТУ, 2010. - С. 309-312.

Разобрать пример

Рассмотреть итерационный проекционный алгоритм решения некорректных систем линейных алгебраических уравнений.

Ограничения для представленного алгоритма

Преимущества алгоритма.

Привести алгоритмы для решения задач

- Постановка задачи о плохо обусловленных системах. Привести примеры обусловленных матриц.
- Регуляризационные методы. Метод А. Н. Тихонова.
- Итерационные модификации методов Тихонова и Лаврентьева.
- Решение плохообусловленной СЛАУ методом QR разложения.
- Метод SVD-разложения.

Подготовка к контрольной работе.

Контрольная работа содержит общие вопросы по рассмотренным методам решения.

Раздел 1: типы матриц, формулы для расчета норм матриц и векторов, примеры, сходимость по норме.

Раздел 2,3: методы решения СЛАУ – классификация, алгоритмы, ограничения, условия сходимости, основные формулы.

Раздел 4: число обусловленности, плохообусловленные СЛАУ, методы решения.

Подготовка по конспектам лекционных и практических работ, основной литературе, ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

СОДЕРЖАНИЕ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ
ДИСЦИПЛИНЫ
«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛЕКЦИОННЫМ ЗАНЯТИЯМ

Лекция представляет собой систематическое устное изложение учебного материала. С учетом целей и места в учебном процессе различают лекции вводные, установочные, текущие, обзорные и заключительные. В зависимости от способа проведения выделяют лекции:

- *Информационные;*
- *Проблемные;*
- *Визуальные;*
- *бинарные (лекция-диалог);*
- *лекции-провокации;*
- *лекции-конференции;*
- *лекции-консультации;*
- *лекции-беседы;*
- *лекция с эвристическими элементами;*
- *лекция с элементами обратной связи;*
- *лекция с решением производственных и конструктивных задач;*
- *лекция с элементами самостоятельной работы студентов;*
- *лекция с решением конкретных ситуаций;*
- *лекция с коллективным исследованием;*
- *лекции спецкурсов.*

При чтении лекций по дисциплине «**Современные проблемы вычислительной линейной алгебры**», используются следующие способы представления материала:

- ✓ *информационные* – проводятся с использованием объяснительно иллюстративного метода изложения; это традиционный для высшей школы тип лекций;
- ✓ *проблемные* – в них при изложении материала используются проблемные вопросы, задачи, ситуации. Процесс познания происходит через научный поиск, диалог, анализ, сравнение разных точек зрения и т. д.;
- ✓ *лекция с элементами обратной связи.* В данном случае подразумевается изложение учебного материала и использование знаний по смежным предметам (межпредметные связи) или по изученному ранее учебному материалу. Обратная связь устанавливается посредством ответов студентов на вопросы преподавателя по ходу лекции. Чтобы определить осведомленность студентов по излагаемой проблеме, в начале какого-либо раздела лекции задаются необходимые вопросы.

Если студенты правильно отвечают на вводный вопрос, преподаватель может ограничиться кратким тезисом или выводом и перейти к следующему вопросу.

Если же ответы не удовлетворяют уровню желаемых знаний, преподаватель сам излагает подробный ответ, и в конце объяснения снова задает вопрос, определяя степень усвоения учебного материала.

Если ответы вновь демонстрируют низкий уровень знаний студентов – следует изменить методику подачи учебного материала.

✓ *лекции спецкурсов*

Большое научное и образовательное значение имеют по узкому кругу вопросов, с более глубоким научным содержанием. Главная их задача – поиски новых путей в решении тех или иных научных проблем. На лекциях спецкурсов преподаватель излагает результаты собственной научной или производственной деятельности.

**В рамках дисциплины
Современные проблемы вычислительной и линейной алгебры
читаются следующие лекции**

Лекция 1 лекция с элементами обратной связи

РАЗДЕЛ 1. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ.

Тема 1.1. Нормированные пространства.

Векторные нормы.

Эквивалентность векторных норм.

Матричные нормы.

Основные типы норм в арифметических пространствах.

Согласованные матричные нормы.

Операторные матричные нормы.

Примеры матричных норм.

Лекция 2 лекция с элементами обратной связи.

РАЗДЕЛ 2. УСТОЙЧИВОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ.

Тема 2.1. Теория возмущений и числа обусловленности вычислительных задач.

Тема 2.2. Арифметика чисел с плавающей точкой.

Погрешности в арифметике с плавающей точкой..

Лекция 3 лекция с элементами обратной связи.

РАЗДЕЛ 2. УСТОЙЧИВОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ.

Тема 2.3. Прямые методы решения СЛАУ.

LU-разложение.

Выбор ведущего элемента.

Теория возмущений СЛАУ.

Вычислительная сложность LU-метода.

Тема 2.4. Ортогональные методы решения СЛАУ (QR-методы).

Численная устойчивость QR-метода.

Лекция 4 информационная

РАЗДЕЛ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ.

Тема 3.1. Произвольные СЛАУ.

Решение, нормальное решение, псевдорешение и нормальное псевдорешение СЛАУ

Лекция 5 информационная

РАЗДЕЛ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ.

Тема 3.2. Сингулярное разложение матриц и его применение к решению произвольных линейных алгебраических систем.

Численная устойчивость алгоритмов сингулярного разложения.

Лекция 6 информационная

РАЗДЕЛ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ.

Тема 3.3. Линейные задачи наименьших квадратов.

Метод нормальных уравнений, QR-метод, метод расширенных нормальных систем уравнений.

Лекция 7 лекция с элементами обратной связи

РАЗДЕЛ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ.

Тема 3.4. Итерационные методы решения линейных задач наименьших квадратов.

Метод Якоби и Гаусса-Зейделя для нормальных систем уравнений.

Скорость сходимости.

Лекция 8 лекции-спецкурс.

РАЗДЕЛ 4. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Тема 4.1. Приближённые и некорректные СЛАУ.

Метод регуляризации Тихонова.

Выбор параметра регуляризации (принцип невязки, метод квазирешений Лаврентьева и Иванова, метод L-кривой, метод перекрёстной значимости).

Тема 4.2. Метод расширенных регуляризованных нормальных уравнений.

Численная устойчивость алгоритмов регуляризации.

Лекция 9 лекции-спецкурс.

РАЗДЕЛ 4. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Тема 4.3. Итерационные алгоритмы регуляризации плохо обусловленных и некорректных задач.

Неявный метод простой итерации на основе решения расширенных линейных систем со стреловидными матрицами

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ

Семинар — это форма организации обучения, доминирующим компонентом которой является самостоятельная исследовательско-аналитическая работа студентов с учебной литературой и последующим активным обсуждением проблемы под руководством педагога.

Семинары проводятся по наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной дисциплины и имеют целью ее углубленное изучение, привитие обучающимся навыков самостоятельного поиска и анализа учебной информации, формирование и развитие у них научного мышления, умения активно участвовать в творческой дискуссии, делать правильные выводы, аргументировано излагать и отстаивать свое мнение. Подготовка студентов к семинару осуществляется на основе задания, которое разрабатывается преподавателем и доводится до обучающихся перед проведением первых занятий по теме семинара.

Коллективное обсуждение изучаемых вопросов, докладов и рефератов проводится на семинарских занятиях. Отличие семинаров от других форм обучения состоит в том, что они ориентируют обучаемых на большую самостоятельность в учебно-познавательной деятельности. В ходе семинарских занятий знания учащихся углубляются, систематизируются и контролируются в результате самостоятельной внеаудиторной работы с первоисточниками, документами, дополнительной литературой; укрепляются их мировоззренческие позиции; формируются оценочные суждения.

Принципы проведения семинарского занятия:

1. Комментарий основных вопросов плана семинара.
2. Указать обучающимся страницы в конспекте лекций, разделы учебников и учебных пособий, чтобы они получили общее представление о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует рекомендовать им поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам.
3. Развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования у студентов.
4. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, проводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции.

Семинар как развивающая, активная форма учебного процесса способствует выработке самостоятельного мышления студента, формированию информационной культуры. Этому во многом помогают создающиеся спонтанно или создаваемые преподавателем и отдельными студентами в ходе семинара проблемные ситуации.

В заключение преподаватель, как руководитель семинара, подводит итоги семинара. Он может (выборочно) проверить конспекты обучающихся и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения.

Для стимулирования самостоятельного мышления используются различные *активные методики обучения*: проблемные ситуации, задания «закончить предложение», тесты, интерактивный опрос, деловая игра. Ряд студентов может получить задание -

подготовить рефераты и выступить с тезисами, а затем преподаватель определяет вопросы для постановки перед группой.

Практическое занятие — форма организации обучения, которая направлена на формирование практических умений и навыков и является связующим звеном между самостоятельным теоретическим освоением студентами учебной дисциплины и применением ее положений на практике.

Практические занятия проводятся в целях: выработки практических умений и приобретения навыков в решении задач, выполнении заданий, производстве расчетов, разработке и оформлении документов, практического овладения иностранными языками и компьютерными технологиями. Главным их содержанием является практическая работа каждого студента. Подготовка студентов к практическому занятию и его выполнение, осуществляется на основе задания, которое разрабатывается преподавателем и доводится до обучающихся перед проведением и в начале занятия.

Наряду с семинарами, важное значение в подготовке студента к профессиональной деятельности имеют практические занятия. Они составляют значительную часть всего объема аудиторных занятий и имеют важнейшее значение для усвоения программного материала. Выполняемые задания могут подразделяться на несколько групп:

- 1) иллюстрацией теоретического материала и носят воспроизводящий характер. Они выявляют качество понимания студентами теории.
- 2) образцы задач и примеров, разобранных в аудитории. Для самостоятельного выполнения требуется, чтобы студент овладел показанными методами решения.
- 3) вид заданий, содержащий элементы творчества. Одни из них требуют от студента преобразований, реконструкций, обобщений. Для их выполнения необходимо привлекать ранее приобретенный опыт, устанавливать внутрисубъектные и межпредметные связи. Решение других требует дополнительных знаний, которые студент должен приобрести самостоятельно. Третьи предполагают наличие у студента некоторых исследовательских умений.
- 4) может применяться выдача индивидуальных или опережающих заданий на различный срок, определяемый преподавателем, с последующим представлением их для проверки в указанный срок.

Задачами изучения дисциплины выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине **знаний:**

- методов решения основных задач вычислительной линейной алгебры (ВЛА);
- основных прямых и итерационных методов решения СЛАУ;
- основных положений современной вычислительной алгебры;
- методов моделирования сложных систем при помощи современных алгоритмов вычислительной линейной алгебры;

умений:

- применять методы и алгоритмы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности для решения уравнений математической физики;

- оценивать точность полученных компьютерных решений вычислительных задач;
- применять численные методы решения СЛАУ для решения основных задач прикладной математики (математической физики, математического моделирования, задач анализа данных);
- ориентироваться в круге основных проблем, возникающих при решении плохо обусловленных и приближённых СЛАУ большой и сверхбольшой размерности;

навыков:

- современными пакетами прикладных программ для решения задач ВЛА.
- компьютерными технологиями и пакетами прикладных программ для решения задач ВЛА (задач решения СЛАУ и алгебраической проблемы собственных значений).
- решения больших разреженных СЛАУ
- решения линейных систем большой размерности для конкретных процессов и проводить необходимые расчеты в рамках построенной модели.
- применять полученные знания при решении конкретных задач математического моделирования. - ориентироваться в круге основных проблем, возникающих при построении и реализации непрерывных и дискретных математических моделей;

владений:

- математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов.
- компьютерными технологиями и пакетами прикладных программ для построения и реализации алгоритмов численного модулирования
- навыками построения математических моделей для конкретных процессов и проводить необходимые расчеты в рамках построенной модели.

Основные принципы построения практических занятий

1. Опрос по теоретическому материалу, проверка подготовки студентов к занятию (10-15 минут);
2. Разбор вопросов возникших при выполнении домашней работы. (по необходимости)
3. Решение задач. Разбор алгоритмов. Коллективное обсуждение, сравнение нескольких методов решения.

Практическое занятие 1

РАЗДЕЛ 1. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ НОРМЫ ВЕКТОРОВ И МАТРИЦ

Нормированные пространства.

Вычисление векторных норм.

Вычисление матричных норм.

Основные типы норм в арифметических пространствах.

Согласованные матричные нормы.

Операторные матричные нормы.

Примеры матричных норм.

Данное занятие предполагает, выработку практических навыков и умений по вычислению векторных и матричных норм.

Практическое занятие 2

РАЗДЕЛ 2. УСТОЙЧИВОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ

Обусловленность и числа обусловленности

Теория возмущений и числа обусловленности вычислительных задач.

Вычисление чисел обусловленности матриц и систем линейных алгебраических уравнений для основных типов матричных норм.

Данное занятие предполагает, выработку практических навыков и умений по вычислению числа обусловленности и их связи с матричными нормами СЛАУ. Также на занятии ставится вопрос о основных способах вычисления СЛАУ и ограничениях накладываемых на них и проблемах связанных с их реализацией.

Практическое занятие 3

РАЗДЕЛ 2. УСТОЙЧИВОСТЬ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ

Решение СЛАУ – прямые методы

Прямые методы решения СЛАУ.

LU-разложение.

Выбор ведущего элемента.

Решение СЛАУ с квадратными матрицами методом LU-разложения.

Выбор ведущего элемента.

Группа разбивается на команды. Каждая команда решает задачи одним из рассмотренных методов

- 1. Решение СЛАУ метод Гаусса с постолбцовым выбором главного элемента*
- 2. Решение СЛАУ с квадратными матрицами методом LU-разложения*
- 3. Решение СЛАУ методом квадратных корней*
- 4. Решение СЛАУ методом прогонки.*

По итогам решения представляется алгоритм решения, рассматриваются плюсы и минусы использованного метода.

Практическое занятие 4

РАЗДЕЛ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Нормальные и псевдорешения СЛАУ.

Произвольные СЛАУ.

Решение, нормальное решение, псевдорешение и нормальное псевдорешение СЛАУ.

Вычисление псевдорешений линейных систем с матрицами полного ранга.

Данное занятие предполагает, выработку практических навыков и умений по вычислению нормального решения, псевдорешения и нормального псевдорешения СЛАУ

Практическое занятие 5

РАЗДЕЛ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Нормальные и псевдорешения СЛАУ.

Вычисление псевдообразных матриц методом Гревилля и итерационным методом Бен-Израэля.

Решение задач, описание их алгоритма, анализ возможных ошибок и оценка устойчивости алгоритма. Обсуждение проблем, с которыми можно столкнуться при реализации итерационных методов. Примеры проблемных матриц.

Практическое занятие 6

РАЗДЕЛ 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПСЕВДОРЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Сингулярное разложение прямоугольных матриц

Сингулярное разложение (SVD-разложение) матриц и его применение к решению произвольных линейных алгебраических систем.

Решение СЛАУ методом SVD-разложения.

Группа разбивается на команды. Каждая команда решает задачи одним из рассмотренных методов

- 1. Применение SVD-разложения при вычислении ранга матрицы*
- 2. Применение SVD-разложения при вычислении определителя*
- 3. Применение SVD-разложения при вычислении числа обусловленности*
- 4. Применение SVD-разложения при решении СЛАУ*
- 5. Применение SVD-разложения при вычислении псевдообратной матрицы*

Также каждая команда должна решить свою задачу с применением ранее изученных методов и провести сравнительный анализ. По итогам решения представляется алгоритмы решения, рассматриваются их плюсы и минусы..

Практическое занятие 7

РАЗДЕЛ 4. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Методы решения некорректных СЛАУ

Метод регуляризации Тихонова.

Выбор параметра регуляризации методами невязки и перекрёстной значимости.

Решение задач, описание их алгоритма, анализ возможных ошибок и оценка устойчивости алгоритма. Обсуждение проблем, с которыми можно столкнуться при решении некорректных СЛАУ.

Практическое занятие 8

РАЗДЕЛ 4. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Метод расширенных регуляризованных нормальных систем

Метод расширенных регуляризованных нормальных уравнений.

Вычисление регуляризованных решений плохо обусловленных задач методом расширенных регуляризованных нормальных уравнений.

Решение задач, описание их алгоритма, анализ возможных ошибок и оценка устойчивости алгоритма. Обсуждение проблем, с которыми можно столкнуться при решении некорректных и плохо обусловленных СЛАУ. Разбор методик применяемых к данному типу задач. Возможности их реализаций в математических пакетах.

СОДЕРЖАНИЕ

ВОПРОСЫ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Перечень вопросов к экзамену

1. Нормированные пространства. Векторные нормы. Эквивалентность векторных норм.
2. Матричные нормы. Основные типы норм в арифметических пространствах.
3. Согласованные матричные нормы. Операторные матричные нормы. Примеры матричных норм.
4. Теория возмущений и числа обусловленности вычислительных задач.
5. Вычисление чисел обусловленности матриц и систем линейных алгебраических уравнений для основных типов матричных норм.
6. Арифметика чисел с плавающей точкой. Погрешности в арифметике с плавающей точкой.
7. Прямые методы решения СЛАУ. LU-разложение. Выбор ведущего элемента.
8. Теория возмущений СЛАУ.
9. Связь относительной погрешности решения СЛАУ с относительными погрешностями в исходных данных.
10. Число обусловленности матрицы для различных матричных норм. Спектральное число обусловленности.
11. Прямая и обратная подстановка для треугольных систем.
12. Различные типы упорядочивания тройного цикла в методе исключения Гаусса.
13. Метод Холецкого для решения СЛАУ с симметричной квадратной матрицей.
14. Решение СЛАУ с трехдиагональной матрицей методом прогонки.
15. Вычислительная сложность LU-метода.
16. Ортогональные методы решения СЛАУ (QR-методы).
17. Численная устойчивость QR-метода.
18. Решение СЛАУ произвольной размерности
19. Нормальное решение, СЛАУ.
20. Псевдорешение СЛАУ.
21. Нормальное псевдорешение СЛАУ.
22. Вычисление псевдообратных матриц методом Гревилля и
23. Вычисление псевдообратных матриц итерационным методом Бен-Израэля.
24. Сингулярное разложение матриц и его применение к решению произвольных линейных алгебраических систем.
25. Задача наименьших квадратов. Ортогональные матрицы.
26. Решение произвольных СЛАУ методом нормальных уравнений.
27. Вычисление QR разложения матрицы методом Грамма – Шмидта, с помощью преобразований Хаусхолдера,
28. Вычисление QR разложения матрицы методом вращений Гивенса.
29. Решение СЛАУ с помощью QR разложения.
30. Вычисление спектрального числа обусловленности матрицы с помощью сингулярного разложения.
31. Связь спектрального и сингулярного разложения для симметричной матрицы.
32. Решение СЛАУ с матрицей произвольного ранга с помощью сингулярного разложения.

33. Численная устойчивость алгоритмов сингулярного разложения.
34. Линейные задачи наименьших квадратов.
35. Метод нормальных уравнений, QR-метод, метод расширенных нормальных систем уравнений.
36. Итерационные методы решения линейных задач наименьших квадратов.
37. Метод Якоби и Гаусса-Зейделя для нормальных систем уравнений. Скорость сходимости.
38. Итерационные алгоритмы регуляризации плохо обусловленных и некорректных задач.
39. Неявный метод простой итерации на основе решения расширенных линейных систем со стреловидными матрицами.
40. Плохо обусловленные СЛАУ. Специальные методы решения плохо обусловленных СЛАУ.
41. Необходимость в априорной информации об ошибке для плохо обусловленных задач.
42. Метод регуляризации Тихонова.
43. Задача оптимального выбора параметра регуляризации.
44. Выбор параметра регуляризации методом невязки и перекрестной значимости.
45. Спектральное число обусловленности матрицы метода расширенных нормальных уравнений.
46. Решение задачи регуляризации Тихонова с помощью расширенных нормальных уравнений.

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускник по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика Самарского государственного технического университета отвечает следующим требованиям:

- имеет целостное представление о процессах и явлениях, происходящих в неживой и живой природе, понимает возможности современных научных методов познания природы и владеет ими на уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнонаучное содержание и возникающих при выполнении профессиональных функций;
- способен продолжить обучение в аспирантуре, вести профессиональную деятельность в иноязычной среде;
- владеет культурой мышления, знает его общие законы, способен в письменной и устной речи правильно (логически) оформить его результаты;
- умеет на научной основе организовать свой труд, владеет компьютерными методами сбора, хранения и обработки (редактирования) информации, применяемые в сфере его профессиональной деятельности;
- способен в условиях развития науки и изменяющейся социальной практики к переоценке накопленного опыта, анализу своих возможностей, умеет приобретать новые знания, обучаться в аспирантуре, использовать другие формы обучения, включая самостоятельные и информационно образовательные технологии;
- понимает сущность и социальную значимость своей будущей профессии, основные проблемы дисциплин, определяющих конкретную область его деятельности, видит их взаимосвязь в целостной системе знаний;
- способен к проектной деятельности в профессиональной сфере на основе системного подхода, умеет строить и использовать модели для описания и прогнозирования различных явлений, осуществлять их качественный и количественный анализ;
- способен поставить цель и сформулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций, умеет использовать для их решения методы изученных им наук;
- готов к кооперации с коллегами и работе в коллективе, знаком с методами управления, умеет организовать работу исполнителей, находить и принимать управленческие решения в условиях различных мнений, знает основы педагогической деятельности;
- методически и психологически готов к изменению вида и характера своей профессиональной деятельности, работе над междисциплинарными проектами;
- знает основные тенденции развития современными естествознания, принципы математического моделирования и его применения в исследовании физических, химических, биологических, экологических процессов;
- способен к совершенствованию своей профессиональной деятельности в области математики, программирования.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

| № п/п | Учебник, учебное пособие (приводится библиографическое описание учебника, учебного пособия) | Ресурс НТБ СамГТУ | Кол-во экз. |
|-------|---|----------------------|-------------|
| 1. | Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2006. – 87с. | НТБ СамГТУ | 2 |
| 2 | Жданов А.И. Введение в методы решения некорректных задач. 2 часть: учеб. Пособие - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. Ун-та, 2007. – 79с. | НТБ СамГТУ | 2 |

Дополнительная литература

| № п/п | Учебник, учебное пособие, монография, справочная литература (приводится библиографическое описание) | Ресурс НТБ СамГТУ | Кол-во экз. |
|-------|--|----------------------|----------------|
| 1. | Жданов А.И. Метод расширенных регуляризованных нормальных систем // ЖВМиМФ, 2012. Т.52, №2. С. 205-208. | Сайт НЭБ eLIBRARY.RU | Электр. ресурс |
| 2. | Жданов А. И., Иванов А. А. Проекционный регуляризирующий алгоритм для решения некорректных линейных алгебраических систем большой размерности // Вестник СамГТУ. Серия физ.-мат. науки, № 5(21). Самара: СамГТУ, 2010. - С. 309-312. | НТБ СамГТУ | 2 |
| 3 | Жданов А. И., Михайлов И. А. Метод расширенных нормальных уравнений для задач регуляризации Тихонова с дифференцирующим оператором // Вестник СамГТУ. Серия физ.-мат. науки, № 3(36). Самара: СамГТУ, 2014. - С. 132-142. | НТБ СамГТУ | 2 |

Периодические издания

перечень отраслевых периодических изданий по профилю дисциплины, имеющих в НТБ СамГТУ:

Журнал вычислительной математики и математической физики.

Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет»

Сайт научной электронной библиотеки LIBRARY.RU (<http://elibrary.ru>)

Общероссийский математический портал Math-Net.ru (<http://www.mathnet.ru>)

[СОДЕРЖАНИЕ](#)

Жданов Александр Иванович

**Методические указания по дисциплине
«Современные проблемы вычислительной и линейной алгебры»**

Электронные методические указания
Компьютерная верстка Е. В. Башкинова

Подписано для размещения в электронной библиотеке СамГТУ 25.12.2014

Формат 60x84 $\frac{1}{8}$.

Усл. п. л. 3,26. Уч. -изд. л. 3,72.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«Самарский государственный технический университет»

443100. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Главный корпус.

E-mail radch@samgtu.ru