



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Самарский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВПО «СамГТУ»)

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»**

**Самара 2014г.**

**Рапопорт Э.Я.**

**Методические указания по дисциплине «Теория оптимального управления» / Самар. гос. техн. ун-т; Сост. Рапопорт Э.Я. Самара, 2014г.**

Методические указания предназначены для работы в аудитории и самостоятельной работы магистров по направлению подготовки 01.04.02 (010400.68) «Прикладная математика и информатика».

Печатается по решению методического совета Инженерно-экономического факультета

## СОДЕРЖАНИЕ

1	<a href="#">Предисловие</a> .....	4
2	<a href="#">Введение</a> .....	7
3	<a href="#">Методические указания для самостоятельной работы обучающихся</a> .....	9
4	<a href="#">Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины</a> .....	21
4.1	<a href="#">Методические указания к лекционным занятиям</a> .....	21
4.2	<a href="#">Методические указания к практическим (семинарским) занятиям</a> .....	26
5	<a href="#">Вопросы для аттестации по дисциплине</a> .....	35
6	<a href="#">Заключение</a> .....	37
7	<a href="#">Литература</a> .....	39

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Магистр по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика в соответствии с выбранными приоритетными видами профессиональной деятельности должен быть подготовлен к решению следующих профессиональных задач:

### **в научной и научно-исследовательской деятельности:**

- изучение новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности;
- применение наукоемких технологий и пакетов программ для решения прикладных задач в области физики, химии, биологии, экономики, медицины, экологии; изучение информационных систем методами математического прогнозирования и системного анализа;
- изучение больших систем современными методами высокопроизводительных вычислительных технологий, применение современных суперкомпьютеров в проводимых исследованиях;
- исследование и разработка математических моделей, алгоритмов, методов, программного обеспечения, инструментальных средств по тематике проводимых научно-исследовательских проектов;
- составление научных обзоров, рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований;
- участие в работе научных семинаров, научно-тематических конференций, симпозиумов;
- подготовка научных и научно-технических публикаций;

### **в проектной и производственно-технологической деятельности:**

- исследование математических методов моделирования информационных и имитационных моделей по тематике выполняемых научно-исследовательских прикладных задач или опытно-конструкторских работ;
- исследование автоматизированных систем и средств обработки информации, средств администрирования и методов управления безопасностью компьютерных сетей;
- изучение элементов проектирования сверхбольших интегральных схем, моделирование и разработка математического обеспечения оптических или квантовых элементов для компьютеров нового поколения;
- разработка программного и информационного обеспечения компьютерных сетей, автоматизированных систем вычислительных комплексов, сервисов, операционных систем и распределенных баз данных;
- разработка и исследование алгоритмов, вычислительных моделей и моделей данных для реализации элементов новых (или известных) сервисов систем информационных технологий;
- разработка архитектуры, алгоритмических и программных решений системного и изучение языков программирования, алгоритмов, библиотек и пакетов программ, прикладного программного обеспечения;
- продуктов системного и прикладного программного обеспечения;
- изучение и разработка систем цифровой обработки изображений, средств компьютерной графики, мультимедиа и автоматизированного проектирования;
- развитие и использование инструментальных средств, автоматизированных систем в научной и практической деятельности;

**в педагогической деятельности:**

- владение методикой преподавания учебных дисциплин;
- владение методами электронного обучения;
- консультирование по выполнению курсовых и дипломных работ студентов образовательных учреждений высшего профессионального и среднего профессионального образования по тематике в области прикладной математики и информационных технологий;
- проведение семинарских и практических занятий по общематематическим дисциплинам, а также лекционных занятий по профилю специализации.

**Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями:**

- способностью понимать философские концепции естествознания, владеть основами методологии научного познания при изучении различных уровней организации материи, пространства и времени (ОК-1);
- способностью иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития (ОК-2);
- способностью использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики (ОК-3);
- способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОК-4);
- способностью порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе (ОК-5);
- способностью совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности (ОК-6);
- способностью и готовностью к активному общению в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности (ОК-7);
- способностью свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения; способностью к активной социальной мобильности (ОК-8);
- способностью использовать углубленные знания правовых и этических норм при оценке последствий своей профессиональной деятельности, при разработке и осуществлении социально значимых проектов (ОК-9).

**Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями:**

- способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты (ПК-1);
- способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);
- проектная и производственно-технологическая деятельность: способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3);
- способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-4);

- организационно-управленческая деятельность: способностью управлять проектами (подпроектами), планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта (ПК-5);
- способностью организовывать процессы корпоративного обучения на основе технологий электронного и мобильного обучения и развития корпоративных баз знаний (ПК-6);
- нормативно-методическая деятельность: способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов (ПК-7);
- педагогическая деятельность: способностью проводить семинарские и практические занятия с обучающимися, а также лекционные занятия спецкурсов по профилю специализации (ПК-8);
- способностью разрабатывать учебно-методические комплексы для электронного и мобильного обучения (ПК-9);
- способностью разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий по профильной направленности ООП магистратуры (ПК-10);
- способностью работать в международных проектах по тематике специализации (ПК-11);
- способностью участвовать в деятельности профессиональных сетевых сообществ по конкретным направлениям (ПК-12);
- социально ориентированная: способностью осознавать корпоративную политику в области повышения социальной ответственности бизнеса перед обществом, принимать участие в ее развитии (ПК-13);
- социально ориентированная деятельность: способность использования основ защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий и применения современных средств поражения, основных мер по ликвидации их последствий, способность к общей оценке условий безопасности жизнедеятельности (ПК-13);
- способность реализации решений, направленных на поддержку социально значимых проектов, на повышение электронной грамотности населения, обеспечения общедоступности информационных услуг (ПК-14).

## [СОДЕРЖАНИЕ](#)

## **ВВЕДЕНИЕ**

**Целью освоения дисциплины** «Теория оптимального управления» является формирование общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для реализации преимущественно следующих видов деятельности: научной и научно-исследовательской, а также педагогической:

ОК-4 Способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение.

ОК-5 Способность порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе.

ПК-3 Способность углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности.

**Задачами изучения дисциплины** выступает приобретение в рамках освоения теоретического и практического материала по дисциплине

### **Знаний:**

- классических разделов математической науки;
- базовых идей и методов математики;
- системы основных математических структур и методов.
- основных положений и методологию теории оптимального управления;
- современных методов и техники решения широкого круга задач оптимального управления;

### **Умений:**

- реализовывать методы теории оптимального управления на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем; пользоваться языком математики;
- корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания.
- конструировать и строить математические модели процессов, явлений, систем;
- исследовать и содержательно интерпретировать результаты решения математических задач на оптимизацию;

### **Владений:**

- культурой математического мышления; логической и алгоритмической культурой;
- основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки

- компьютерными технологиями и пакетами прикладных программ для решения задач оптимального управления.

- навыками решения конкретных практических задач и выполнение расчетных и исследовательских работ в области оптимального управления.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с постановкой, классификацией и основными методами решения широкого круга задач динамической оптимизации управляемых объектов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

## [СОДЕРЖАНИЕ](#)



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ТЕОРИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ»**

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составляющих учебного процесса, в ходе которого происходит формирование знаний, умений и навыков в учебной, научно- исследовательской, профессиональной деятельности, формирование общекультурных и профессиональных компетенций будущего магистра.

Учебно-методическое обеспечение создаёт среду актуализации самостоятельной творческой активности студентов, вызывает потребность к самопознанию, самообучению. Таким образом, создаются предпосылки «двойной подготовки» - личностного и профессионального становления. Для успешного осуществления самостоятельной работы необходимы:

1. Комплексный подход организации самостоятельной работы по всем формам аудиторной работы;
2. Сочетание всех уровней (типов) самостоятельной работы, предусмотренных рабочей программой;
3. Обеспечение контроля за качеством усвоения.

Методические материалы по самостоятельной работе студентов содержат целевую установку изучаемых тем, списки основной и дополнительной литературы для изучения всех тем дисциплины, теоретические вопросы и вопросы для самоподготовки, усвоив которые магистрант может выполнять определенные виды деятельности (предлагаемые на практических, семинарских, лабораторных занятиях), методические указания для студентов.

**Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к текущим аудиторным занятиям**

*- для овладения знаниями:*

- чтение текста (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций);
- составление плана текста;
- графическое изображение структуры текста;
- конспектирование текста;
- работа со словарями и справочниками; работа с нормативными документами;
- учебно-исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники, Интернет и др.;

*- для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекции (обработка текста);

аналитическая работа с фактическим материалом (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций, аудио- и видеозаписей);  
составление плана и тезисов ответа;  
составление таблиц и схем для систематизации фактического материала;  
изучение нормативных материалов; ответы на контрольные вопросы;  
аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование и др.);  
подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции;  
подготовка рефератов, докладов;  
составление библиографии;  
тестирование и др.;

*-для формирования умений:*

решение задач и упражнений по образцу;  
решение вариативных задач и упражнений;  
выполнение чертежей, схем;  
выполнение расчетно-графических работ;  
решение ситуационных производственных (профессиональных) задач;  
подготовка к деловым играм;  
проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности;  
подготовка курсовых и дипломных работ (проектов);  
экспериментально-конструкторская работа; исследовательская и проектная работа.

*Проработка теоретического материала (учебниками, первоисточниками, дополнительной литературой).* При изучении нового материала на лекциях, освещаются наиболее важные и сложные вопросы учебной дисциплины, вводится новый фактический материал. Поэтому к каждому последующему занятию студенты готовятся по следующей схеме: - разобраться с основными положениями предшествующей лекции; - изучить соответствующие темы в учебных пособиях.

*Работа с дополнительной учебной и научной литературой.* Включает в себя составление плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; ознакомление с нормативными документами; конспектирование научных статей заданной тематики.

*Составление презентаций на темы лекций* Практические рекомендации по созданию презентаций  
Создание презентации состоит из трех этапов:

1. Планирование презентации – это многошаговая процедура, включающая определение целей, изучение аудитории, формирование структуры и логики подачи материала.
2. Разработка презентации – методологические особенности подготовки слайдов презентации, включая вертикальную и горизонтальную логику, содержание и соотношение текстовой и графической информации.
3. Репетиция презентации – это проверка и отладка созданной презентации.

*Перечень тем, выносимых для самостоятельной работы студентов.* Одним из видов самостоятельной работы, позволяющей студенту более полно освоить учебный материал, является подготовка сообщений (докладов), эссе, реферата.

Доклад – это научное сообщение на семинарском занятии, заседании студенческого научного кружка или студенческой конференции.

Эссе – жанр философской, литературно-критической, историко-биографической, публицистической прозы, сочетающий подчеркнуто индивидуальную позицию автора с непринужденным, часто парадоксальным изложением, ориентированным на разговорную речь.

Реферат – это краткое изложение современной научной и учебной литературы, журнальных и газетных публикаций, статистических материалов по конкретной теме. Процесс написания реферата включает в себя несколько этапов: выбор темы реферата; поиск научной и учебной литературы по выбранной теме и ее обзор; разработка плана реферата; написание содержания реферата; оформление реферата в соответствии с требованиями; сдача реферата преподавателю и его защита перед аудиторией оценка реферата (оценивается уровень полноты проведенного исследования; качество оформления работы; самостоятельность студента, творческая инициатива и умение защищать принятые решения).

Следует выделить подготовку к экзаменам, зачетам, защитами как особый вид самостоятельной работы. Основное его отличие от других видов самостоятельной работы состоит в том, что обучающиеся решают задачу актуализации и систематизации учебного материала, применения приобретенных знаний и умений в качестве структурных элементов компетенций, формирование которых выступает целью и результатом освоения образовательной программы.

Самостоятельная работа предназначена для

- для овладения знаниями:

чтение текста (учебника, дополнительной литературы, научных публикаций);

- для закрепления и систематизации знаний:

работа с конспектом лекции, литературой (обработка текста);

-для формирования умений:

решение задач и упражнений по образцу;  
решение вариативных задач и упражнений.

**По дисциплине «теория оптимального управления» применяются следующие виды самостоятельной работы: подготовку к текущим аудиторным занятиям**

***1. Подготовка к практическим занятиям, выполнение домашней работы предусматривает***

просмотр конспектов по ранее пройденным дисциплинам;

составление таблиц и схем для систематизации фактического материала.

проработку теоретического материала (учебниками, первоисточниками, дополнительной литературой).

работу с дополнительной учебной и научной литературой.

работу с Интернет ресурсами.

**Рекомендованная литература**

1. Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.

2. Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.

3. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов.Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)

4. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с

5. Афанасьев В.Н. и др. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 2003. 544 с.

6. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева [Текст] / Э. Я. Рапопорт, Ю. Э. Плешивцева. - М. : Наука, 2012. - 309 с. : граф., схем. - Библиогр.: с. 301-307. - ISBN 978-5-02-037501-7 (в пер.)

7. Рапопорт Э.Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации [Текст] / Э. Я. Рапопорт. - М. : Наука, 2000. - 336 с. - ISBN 5-02-013069-9 (в пер.)

***Рекомендации по работе с литературой и использованию материалов учебно-методического комплекса***

Рекомендуется использовать методические указания по курсу, текст лекций преподавателя. Однако теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекции и изучению конспекта, изучаются и книги. Легче

освоить курс придерживаясь одного учебника и конспекта. Рекомендуется, кроме «заучивания» материала, добиться состояния понимания изучаемой темы дисциплины. С этой целью рекомендуется после изучения очередного параграфа выполнить несколько простых упражнений на данную тему. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе следующие вопросы (и попробовать ответить на них): о чем этот параграф?, какие новые понятия введены, каков их смысл?, что даст это на практике?

## **2. Домашние задания по вопросам следующих тем:**

1. Решения аргументных и критериальных задач оптимизации.
2. Решение некорректных задач аргументной оптимизации.
3. Решение задач оптимального управления методом Лагранжа в форме Понтрягина.
4. Решение задач оптимального управления без нефункциональных ограничений
5. Вычислительные алгоритмы в задачах оптимизации.
6. Решение линейных задач оптимального управления с помощью вариационных методов
7. Решение задач оптимального управления с помощью принципа максимума
8. Решения краевых задач оптимального быстрогодействия.
9. Решение задач оптимального управления с фиксированным временем процесса
10. Решение задач оптимального управления с подвижными концами
11. Принцип максимума в задачах с дополнительными фазовыми ограничениями.
12. Решение задач оптимального управления с изопериметрическими ограничениями

## **1. ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ ПО РАЗДЕЛУ: ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Подготовка к практическим занятиям по темам:**

Постановка общей задачи оптимизации.

Проблемы существования решений задач оптимизации.

Обзор основных условий экстремума в аргументных задачах оптимизации.

Принцип Лагранжа как основное необходимое условие экстремума для широкого круга экстремальных задач с ограничениями

Принцип расширения и достаточные условия экстремума.

*Проработка нового материала по лекциям и литературе*

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

### **Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:**

Решения аргументных и критериальных задач оптимизации.

Решение некорректных задач аргументной оптимизации.

Решение задач оптимального управления методом Лагранжа в форме Понтрягина.

Решение задач оптимизации при помощи достаточного условия экстремума

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Глава 1 задания 1.1-1.9*

*Глава 5 задания 5.5(б, г, е), 5.6*

*Глава 6. рассмотреть решение примеров 6.3, 6.4 Задания 6.1, 6.2(а, б, в), 6.3*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Глава 1 задания для самостоятельного решения №1, №5*

*Глава 2 задания для самостоятельного решения №2, №6*

*Глава 3 задания для самостоятельного решения №24, №27, №29, №35, №37*

### **Подготовка к практическим занятиям по темам**

Общая характеристика вычислительных алгоритмов в задачах оптимизации.

Методы аппроксимации в вычислительных алгоритмах.

Принцип Лагранжа в задачах оптимального управления без нефункциональных ограничений.

Классификация экстремальных задач по характеру размерности класса допустимых элементов.

Общая характеристика задач нелинейного, линейного и дискретного программирования.

*Проработка нового материала по лекциям и литературе*

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов.Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

**Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:**

Задачи оптимального управления без нефункциональных ограничений.

Вычислительные алгоритмы в задачах оптимизации.

Решение линейных задач оптимального управления с помощью вариационных методов.

Выполнение домашних заданий

**Разобрать примеры**

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пример 7.2, 7.4, 7.5*

**Вычислить**

*Глава 2: Задания 2.1 -2.8,*

*Глава 4: Задания 4.1-4.3*

**2. ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКОМУ ЗАНЯТИЮ ПО РАЗДЕЛУ: ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

**Подготовка к практическим занятиям по темам**

Формулировка принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления с учетом нефункциональных ограничений.

Принципа максимума для задач оптимального управления динамическими системами.

Вывод принципа максимума Понтрягина.

Метод принципа максимума в задачах оптимального быстрогодействия.

Проработка нового материала по лекциям и литературе

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов.Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

### **Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:**

Решение задач оптимального управления с помощью принципа максимума.

Решение задач оптимального быстродействия с помощью метода принципа максимума.

Решение задач оптимального управления с фиксированным временем процесса.

Решение задач оптимального управления со свободным временем процесса

#### Выполнение домашних заданий

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Главы 4, 7 разобрать решения глава 7: пример 7.1, 7.2*

*Пример 4.3, 4.4*

*задания для самостоятельного решения глава 4: № 4.4-4.6 глава 7: №7.1, 7.3, 7.4*

### **Подготовка к практическим занятиям по темам:**

Принципа максимума для задачи оптимального управления со свободными концами.

Модификация принципа максимума Понтрягина.

Принцип максимума в задачах Майера и Больца.

Принцип максимума в изопериметрических задачах оптимального управления.

Принцип максимума в задачах с дополнительными фазовыми ограничениями.

#### Проработка нового материала по лекциям и литературе

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

### **Выполнение домашних заданий (решение задач и упражнений) по темам:**

Решение задач оптимального управления с подвижными концами.

Принцип максимума в задачах с дополнительными фазовыми ограничениями.

Решение задач оптимального управления с изопериметрическими ограничениями.

Метод динамического программирования Беллмана в теории экстремальных задач

#### Выполнение домашних заданий



Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.

Глава 15.2 разобрать решения

Пример 15.43-15.47

задания для самостоятельного решения №2, №4, №5, №6, №8, №10.

Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с

Главы 6-8 разобрать решения глава 7: пример 7.3, 7.4

глава 8: Пример 8.1,8.2

задания для самостоятельного решения глава 6: № 6.1,6.2 глава 7: №7.2, 7.6, 7.8

глава 8: № 8.1-8.3

### **Самостоятельное изучение разделов темы**

« Метод динамического программирования»

Принцип оптимальности Беллмана.

Уравнение Беллмана в задачах быстрогодействия.

Связь метода динамического программирования с принципом максимума.

Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с

Афанасьев В.Н. и др. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 2003. 544 с.

### Подготовка конспекта

### **Подготовка к контрольной работе.**

Подготовка по конспектам лекционных и практических работ, основной литературе, ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Решить задачу оптимального управления

$$\frac{dx}{dt} = u; |u| \leq 1; x(0) = 0; J = \int_0^1 (x + u^2) dt \rightarrow \min$$

2. Решить задачу оптимального управления

$$\frac{dx}{dt} = u; J = \int_0^1 (x^2 + u^2) dt \rightarrow \min; x(0) = x_0$$

3. Решить задачу оптимального управления.

$$\frac{dx}{dt} = ax + u; J = \int_0^{\infty} (x^2 + cu^2) dt \rightarrow \min$$

$$x(0) = x_0; \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

4. Решить задачу оптимального управления.

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = u$$

$$|u| \leq 2; x_1(0) = x_2(0) = 0; J = \int_0^1 x_1 dt \rightarrow \min$$

5. Методы и характеристики решения задачи быстродействия с фазовым ограничением:

$$a_n \frac{dx^n}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 x = ku; \quad |u| \leq u_{\max}; \quad \left| \frac{d^k x}{dt^k} \right| \leq x_{\text{äi}}^{(k)}$$

$$x(0) = x'(0) = \dots x^{(n-1)}(0) = 0$$

$$x(t_1) = x_1 > 0; x'(t_1) = x''(t_1) = \dots + x^{(n-1)}(t_1) = 0$$

6. Решить задачу оптимального управления (пример Розоноэра)

$$\frac{dx}{dt} = u; \quad |u| \leq U_{\max}; \quad J = \int_0^{t_1} x^2 dt \rightarrow \min; \quad x(0) = x_0; \quad x(t_1) = x_0 < x_0$$

$$t_1 > t_{1\min}$$

7. Решить задачу оптимального управления

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (x^2 + u^2) dt \rightarrow \min; \quad \frac{dx}{dt} = -ax + u; x(0) = x^0;$$

### **Контрольные вопросы для самопроверки**

1. Общая характеристика необходимых условий экстремума в задачах оптимизации.
2. Общая характеристика вычислительных методов решения задач оптимизации.
3. Проблема коррекции в задачах оптимизации.
4. Проблема существования решения задач оптимизации.
5. Задачи конечномерной и бесконечномерной оптимизации. Общая характеристика и сравнительный анализ. Возможности редукции второй группы задач к первой.
6. Задачи конечномерной оптимизации. Общая формулировка. Классификация задач конечномерной оптимизации.
7. Задачи бесконечномерной оптимизации, их классификация и особенности по сравнению с другими группами экстремальных задач.

8. Задачи бесконечномерной оптимизации. Классификация и основные особенности.
9. Принцип максимума в задачах оптимального управления со свободным временем процесса. Формулировка, особенности по сравнению с фиксированным временем. Вывод дополнительных условий трансверсальности.
10. Формулировка задач оптимального управления как соответствующее расширение постановки вариационной задачи на условный экстремум функционалов.
11. Игольчатые вариации управления и соответствующие вариации фазовой траектории. Уравнения вариаций оптимальных траекторий.
12. Основные особенности формальной постановки задачи оптимального управления по сравнению с классическими задачами вариационного исчисления.
13. Вывод принципа максимума в задаче со свободным правым концом траектории.
14. «Техническая» постановка задачи оптимального управления. Сравнение с формальной постановкой вариационных задач.
15. Конус конечных вариаций в задаче оптимального управления с подвижным концом траектории.
16. Решение задачи оптимального управления без учета ограничений на управляющие воздействия классическими методами вариационного исчисления.
17. Вывод принципа максимума в задаче с подвижным концом траектории.
18. Содержательная формулировка принципа максимума и его «эвристический» вывод с помощью классических условий экстремума в вариационных задачах.
19. Условия трансверсальности в задачах с различными требованиями к конечному состоянию объекта.
20. Формулировка и техника применения принципа максимума Понтрягина для решения задач оптимального управления.
21. Особые управления и общий способ их определения.
22. Возможности точной редукции задач бесконечномерной оптимизации к конечномерным задачам.
23. Задача оптимального по быстродействию управления. Общая характеристика и решение с помощью принципа максимума.
24. Изопериметрические задачи оптимального управления. Общий способ решения с помощью принципа максимума.
25. Классификация задач бесконечномерной оптимизации.
26. Теорема Фельдбаума об  $n$  интервалах в линейных задачах оптимального быстродействия.
27. Задачи Майера и Больца. Общий способ решения с помощью принципа максимума.
28. Общая формулировка и классификация задач конечномерной оптимизации.

29. Метод стыкования в краевой задаче оптимального по быстродействию управления с фиксированным правым концом траектории.
30. Уравнения для вариаций фазовых траекторий в задаче оптимального управления.
31. Принцип максимума в задачах оптимального управления с фазовыми ограничениями. Методика решения задач с фазовыми ограничениями.
32. Аргументные и критериальные задачи оптимизации.
33. Проблема корректности в задачах оптимизации. Общая характеристика.
34. Условия трансверсальности в задачах оптимального управления с подвижным концом траектории. Формулировка и вывод.
35. Уравнения сопряженной системы в формулировке принципа максимума и их вывод.
36. Условия существования решений задач оптимизации.

### ***Рекомендации по подготовке к экзамену***

Существуют общепринятые правила подготовки и сдачи студентами экзамена. Готовиться к экзамену необходимо в течение всего учебного времени, т.е. с первого дня очередного семестра: вся работа студента на лекциях, лабораторных работах и т.п. это и есть этапы подготовки студента к зачету.

Подготовка к сессии должна быть нацелена не столько на приобретение новых знаний, сколько на закрепление ранее изученного материала и повторение его. Сумму полученных знаний студенту перед сессией надо разумно обобщить, привести в систему, закрепить и памяти, для чего ему надо использовать учебники, лекции, методические пособия и различного рода руководства. Повторение необходимо производить по разделам, темам.

Дополнительно к изучению конспектов лекции необходимо пользоваться учебником. Кроме «заучивания» материала зачёта или экзамена, очень важно добиться состояния понимания изучаемых тем дисциплины. С этой целью рекомендуется после изучения очередного параграфа выполнить несколько упражнений на данную тему. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе следующие вопросы (и попробовать ответить на них): о чем этот параграф?, какие новые понятия введены, каков их смысл?, что даст это на практике?.

При подготовке к экзамену нужно изучить теорию: определения всех понятий и подходы к оцениванию до состояния понимания материала и самостоятельно решить по нескольку типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо уметь качественно интерпретировать итог решения.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«НЕЛИНЕЙНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРУЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ И  
МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛЕКЦИОННЫМ ЗАНЯТИЯМ**

Лекция представляет собой систематическое устное изложение учебного материала. С учетом целей и места в учебном процессе различают лекции вводные, установочные, текущие, обзорные и заключительные. В зависимости от способа проведения выделяют лекции:

- *Информационные;*
- *Проблемные;*
- *Визуальные;*
- *бинарные (лекция-диалог);*
- *лекции-провокации;*
- *лекции-конференции;*
- *лекции-консультации;*
- *лекции-беседы;*
- *лекция с эвристическими элементами;*
- *лекция с элементами обратной связи;*
- *лекция с решением производственных и конструктивных задач;*
- *лекция с элементами самостоятельной работы студентов;*
- *лекция с решением конкретных ситуаций;*
- *лекция с коллективным исследованием;*
- *лекции спецкурсов.*

При чтении лекций по дисциплине «**теория оптимального управления**», используются следующие способы представления материала:

✓ *информационные* – проводятся с использованием объяснительно иллюстративного метода изложения; это традиционный для высшей школы тип лекций;

✓ *лекция с элементами обратной связи.* В данном случае подразумевается изложение учебного материала и использование знаний по смежным предметам (межпредметные связи) или по изученному ранее учебному материалу. Обратная связь устанавливается посредством ответов студентов на вопросы преподавателя по ходу лекции. Чтобы определить осведомленность студентов по излагаемой проблеме, в начале какого-либо раздела лекции задаются необходимые вопросы.

Если студенты правильно отвечают на вводный вопрос, преподаватель может ограничиться кратким тезисом или выводом и перейти к следующему вопросу.

Если же ответы не удовлетворяют уровню желаемых знаний, преподаватель сам излагает подробный ответ, и в конце объяснения снова задает вопрос, определяя степень усвоения учебного материала.

Если ответы вновь демонстрируют низкий уровень знаний студентов – следует изменить методику подачи учебного материала.

✓ *лекции спецкурсов*

Большое научное и образовательное значение имеют по узкому кругу вопросов, с более глубоким научным содержанием. Главная их задача – поиски новых путей в решении тех или иных научных проблем. На лекциях спецкурсов преподаватель излагает результаты собственной научной или производственной деятельности.

**В рамках дисциплины**  
**Теория оптимального управления**  
**читаются следующие лекции**

**РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

*Лекция 1. информационные*

*Темы*

Постановка общей задачи оптимизации.

Минимизируемые функционалы, верхние и нижние грани функционалов.

Классы допустимых элементов и ограничения.

Точки глобального и локального экстремума.

Критериальные и аргументные задачи оптимизации.

Проблемы существования решений задач оптимизации.

Анализ основных причин несуществования решений.

Компактные и слабокомпактные множества.

Полунепрерывные и слабополунепрерывные функционалы.

Основные теоремы Вейерштрасса о существовании решений и их модификации

**РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

*Лекция 2. лекция с элементами обратной связи.*

*Темы*

Обзор основных условий экстремума в аргументных задачах оптимизации.

Принцип Лагранжа как основное необходимое условие экстремума для широкого круга экстремальных задач с ограничениями

Принцип расширения и достаточные условия экстремума.

Общая характеристика вычислительных алгоритмов в задачах оптимизации.

Минимизирующие последовательности и итерационные процедуры отыскания приближенных решений.

Сходимость минимизирующих последовательностей к решениям аргументных задач и проблема корректности.

Методы аппроксимации в вычислительных алгоритмах

**РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

*Лекция 3. лекция с элементами обратной связи.*

*Темы*

Классификация экстремальных задач по характеру размерности класса допустимых элементов.

Задачи конечномерной оптимизации в векторных евклидовых пространствах.

Основные варианты постановок конечномерных задач.

Общая характеристика задач нелинейного, линейного и дискретного программирования.

Задачи выпуклого и квадратичного программирования.

Классификация задач полубесконечной оптимизации по размерности аргументов функциональных элементов оптимизируемых функционалов.

Задачи оптимизации функционалов на классе функций скалярного аргумента.

Сравнительный анализ задач классического вариационного исчисления и оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Задачи бесконечномерной оптимизации функционалов на классе функций векторного аргумента.

Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями в частных производных.

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

*Лекция 4. лекция с элементами обратной связи.*

*Темы*

Принцип Лагранжа в задачах оптимального управления без нефункциональных ограничений.

Специальная форма уравнений Эйлера классического вариационного исчисления.

Условия стационарности функции Лагранжа на оптимальном управлении.

Каноническая форма записи уравнений Эйлера с помощью функций Гамильтона-Понтрягина.

Уравнения сопряженной системы для множителей Лагранжа.

Содержательная формулировка принципа максимума Понтрягина в задачах оптимального управления с учетом нефункциональных ограничений.

Эвристическое доказательство принципа максимума по схеме метода Лагранжа

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

*Лекция 5. информационные*

*Темы*

Точная формулировка принципа максимума для задач оптимального управления динамическими системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Условия трансверсальности в задачах со свободными и подвижными концами фазовой траектории процесса.

Дополнительные условия трансверсальности в задачах со свободным временем процесса.

Преимущества и недостатки метода принципа максимума.

Принцип максимума и достаточные условия оптимальности

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

*Лекция 6. информационные*

*Темы*

Вывод принципа максимума Понтрягина.

Вариации оптимального процесса.

Игольчатые вариации управления.

Вариации фазовых траекторий под действием игольчатых вариаций управления

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

*Лекция 7. лекции спецкурсов*

*Темы*

Доказательство принципа максимума для задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории.

Центральный вывод о достижении максимума функции Гамильтона-Понтрягина на оптимальном управлении в пределах множества допустимых управляющих воздействий.

Условия трансверсальности на правом конце оптимальной траектории для сопряженных переменных.

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

*Лекция 8. лекции спецкурсов*

*Темы*

Конус допустимых вариаций фазовой траектории и его свойства в задачах оптимального управления.

Вывод принципа максимума для задач оптимального управления с подвижными концами траектории. Вывод смешанные условия трансверсальности на правом конце траектории для фазовых координат и сопряженных переменных.

Случай закрепленного конца траекторий.

Вывод дополнительного условия трансверсальности при свободном времени процесса.

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

*Лекция 9. лекция с элементами обратной связи*

*Темы*

.Заключительная лекция.

Обсуждение методов вариационного исчисления.

Обсуждение принципа максимума.

Написание конспекта лекций необходимо проводить кратко, схематично; последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Незнакомые термины, понятия после лекции проверять с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием



толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации или на лабораторном занятии.

Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых во внеаудиторное время можно сделать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Лекционный материал изложен в пособии Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)

## [СОДЕРЖАНИЕ](#)

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ

Семинар — это форма организации обучения, доминирующим компонентом которой является самостоятельная исследовательско - аналитическая работа студентов с учебной литературой и последующим активным обсуждением проблемы под руководством педагога. Семинары проводятся по наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной дисциплины и имеют целью ее углубленное изучение, привитие обучающимся навыков самостоятельного поиска и анализа учебной информации, формирование и развитие у них научного мышления, умения активно участвовать в творческой дискуссии, делать правильные выводы, аргументировано излагать и отстаивать свое мнение. Подготовка студентов к семинару осуществляется на основе задания, которое разрабатывается преподавателем и доводится до обучающихся перед проведением первых занятий по теме семинара. Коллективное обсуждение изучаемых вопросов, докладов на основе рефератов проводится на семинарских занятиях. Отличие семинаров от других форм обучения состоит в том, что они ориентируют обучаемых на большую самостоятельность в учебно-познавательной деятельности. В ходе семинарских занятий знания учащихся углубляются, систематизируются и контролируются в результате самостоятельной внеаудиторной работы с первоисточниками, документами, дополнительной литературой; укрепляются их мировоззренческие позиции; формируются оценочные суждения. Принципы проведения семинарского занятия:

1. Комментарий основных вопросов плана семинара.
2. Указать обучающимся страницы в конспекте лекций, разделы учебников и учебных пособий, чтобы они получили общее представление о месте и значении темы в изучаемом курсе. Затем следует рекомендовать им поработать с дополнительной литературой, сделать записи по рекомендованным источникам.
3. Развивать у студентов умение сопоставлять источники, продумывать изучаемый материал. Большое значение имеет совершенствование навыков конспектирования у студентов.
4. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, проводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции.

Семинар как развивающая, активная форма учебного процесса способствует выработке самостоятельного мышления студента, формированию информационной культуры. Этому во многом помогают создающиеся спонтанно или создаваемые

преподавателем и отдельными студентами в ходе семинара проблемные ситуации. В заключение преподаватель, как руководитель семинара, подводит итоги семинара. Он может (выборочно) проверить конспекты обучающихся и, если потребуется, внести в них исправления и дополнения. Для стимулирования самостоятельного мышления используются задания - подготовить рефераты и выступить с тезисами, а затем преподаватель определяет вопросы для постановки перед группой.

### **Основные принципы построения практических/семинарских занятий**

1. Опрос по теоретическому материалу, проверка подготовки студентов к занятию (10-15 минут);
2. Разбор вопросов возникших при выполнении домашней работы. (при необходимости)
3. Решение задач. Разбор алгоритмов. Коллективное обсуждение, сравнение нескольких методов решения.

## **РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Практическое занятие 1**

#### **задачи**

Проблемы существования решений задач оптимизации.

Решения аргументных и критериальных задач оптимизации.

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Практическое занятие 2**

#### **задачи**

Решение некорректных задач аргументной оптимизации.

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Вышш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Практическое занятие 3**

#### **задачи**

Решение задач оптимального управления методом Лагранжа в форме Понтрягина.

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Вышш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Практическое занятие 4**

#### **задачи**

Решение задач оптимизации при помощи достаточного условия экстремума

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Вышш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Практическое занятие 5**

#### **задачи**

Задачи оптимального управления без нефункциональных ограничений

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Выш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Практическое занятие 6**

#### **задачи**

Вычислительные алгоритмы в задачах оптимизации.

Минимизирующие последовательности и итерационные процедуры отыскания приближенных решений.

Методы аппроксимации в вычислительных алгоритмах

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Выш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ**

### **Практическое занятие 7**

#### **задачи**

Решение линейных задач оптимального управления с помощью вариационных методов

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.*

*Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Выш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 8**

#### **задачи**

Решение задач оптимального управления с помощью принципа максимума.

Способы редукции к краевым задачам специального вида.

Граничные условия на концах траектории.

Способы решения краевых задач оптимального управления.

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Выш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 9**

#### **задачи**

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Решение задач оптимального быстрогодействия с помощью метода принципа максимума.

Структура оптимальных управлений и параметризация управляющих воздействий.

Способы решения краевых задач оптимального быстрогодействия.

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении  
Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.  
Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов.Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 10**

#### **задачи**

Решение задач оптимального управления с фиксированным временем процесса

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов.Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 11**

#### **задачи**

Решение задач оптимального управления со свободным временем процесса

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов.Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 12**

#### **задачи**

Решение задач оптимального управления с подвижными концами

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 13**

#### **задачи**

Модификация принципа максимума Понтрягина.

Принцип максимума в задачах Майера и Больца.

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 14**

#### **задачи**

Принцип максимума в задачах с дополнительными фазовыми ограничениями.

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.



Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении  
Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.  
Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 15**

#### **задачи**

Решение задач оптимального управления с изопериметрическими ограничениями

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)*

## **РАЗДЕЛ II. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**

### **Практическое занятие 17**

#### **задачи**

Метод динамического программирования Беллмана в теории экстремальных задач для управления дискретными и непрерывными динамическими системами

Цель занятия получить алгоритм решения предложенных задач.

Приводятся основные формулы.

Рассматриваются возможные проблемы, которые могут возникнуть при решении

Приводятся основные результаты и выводы при решении такого рода задач.

Решаются некоторые задачи тестового типа

*Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с*

*Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.*

*Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для*

Практические занятия проводятся в форме «круглого стола». В основе этого метода лежит принцип коллективного обсуждения проблем, изучаемых на занятии. Главная цель таких занятий состоит в том, чтобы обеспечить студентам возможность практического использования теоретических знаний в условиях, моделирующих форм деятельности научных работников.

Такие занятия, призваны обеспечить развитие творческого мышления профессионального мышления, познавательной мотивации и профессионального использования знаний в учебных условия. Профессиональное использование знаний – это свободное владение языком соответствующей науки, научная точность оперирования формулировками, понятиями, определениями. Студенты должны научиться выступать в роли докладчиков и оппонентов, владеть умениями и навыками постановки и решения интеллектуальных проблем и задач, доказательства и опровержения, отстаивать свою точку зрения, демонстрировать достигнутый уровень теоретической подготовки.

В основе коллективной мыслительной деятельности лежит диалогическое общение, один студент высказывает мысль, другой продолжает или отвергает ее. Известно, что диалог требует постоянного умственного напряжения, мыслительной активности. Данная форма учит студентов внимательно слушать выступления других, формирует аналитические способности, учит сравнивать, выделять главное, критически оценивать полученную информацию, доказывать, формулировать выводы. Коллективная форма взаимодействия и общения учит студентов формулировать мысли на профессиональном языке, владеть устной речью, слушать, слышать и понимать других, корректно и аргументированно вести спор. Совместная работа требует не только индивидуальной ответственности и самостоятельности, но и самоорганизации работы коллектива, требовательности, взаимной ответственности и дисциплины. На таких семинарах формируются предметные и социальные качества профессионала, достигаются цели обучения и воспитания личности будущего специалиста.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

## ВОПРОСЫ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Общая характеристика необходимых условий экстремума в задачах оптимизации.
2. Общая характеристика вычислительных методов решения задач оптимизации.
3. Проблема коррекции в задачах оптимизации.
4. Проблема существования решения задач оптимизации.
5. Задачи конечномерной и бесконечномерной оптимизации. Общая характеристика и сравнительный анализ. Возможности редукции второй группы задач к первой.
6. Задачи конечномерной оптимизации. Общая формулировка. Классификация задач конечномерной оптимизации.
7. Задачи бесконечномерной оптимизации, их классификация и особенности по сравнению с другими группами экстремальных задач.
8. Задачи бесконечномерной оптимизации. Классификация и основные особенности.
9. Принцип максимума в задачах оптимального управления со свободным временем процесса. Формулировка, особенности по сравнению с фиксированным временем. Вывод дополнительных условий трансверсальности.
10. Формулировка задач оптимального управления как соответствующее расширение постановки вариационной задачи на условный экстремум функционалов.
11. Игольчатые вариации управления и соответствующие вариации фазовой траектории. Уравнения вариаций оптимальных траекторий.
12. Основные особенности формальной постановки задачи оптимального управления по сравнению с классическими задачами вариационного исчисления.
13. Вывод принципа максимума в задаче со свободным правым концом траектории.
14. «Техническая» постановка задачи оптимального управления. Сравнение с формальной постановкой вариационных задач.
15. Конус концевых вариаций в задаче оптимального управления с подвижным концом траектории.
16. Решение задачи оптимального управления без учета ограничений на управляющие воздействия классическими методами вариационного исчисления.
17. Вывод принципа максимума в задаче с подвижным концом траектории.
18. Содержательная формулировка принципа максимума и его «эвристический» вывод с помощью классических условий экстремума в вариационных задачах.
19. Условия трансверсальности в задачах с различными требованиями к конечному состоянию объекта.

20. Формулировка и техника применения принципа максимума Понтрягина для решения задач оптимального управления.
21. Особые управления и общий способ их определения.
22. Возможности точной редукции задач бесконечномерной оптимизации к конечномерным задачам.
23. Задача оптимального по быстродействию управления. Общая характеристика и решение с помощью принципа максимума.
24. Изопериметрические задачи оптимального управления. Общий способ решения с помощью принципа максимума.
25. Классификация задач бесконечномерной оптимизации.
26. Теорема Фельдбаума об  $n$  интервалах в линейных задачах оптимального быстродействия.
27. Задачи Майера и Больца. Общий способ решения с помощью принципа максимума.
28. Общая формулировка и классификация задач конечномерной оптимизации.
29. Метод стыкования в краевой задаче оптимального по быстродействию управления с фиксированным правым концом траектории.
30. Уравнения для вариаций фазовых траекторий в задаче оптимального управления.
31. Принцип максимума в задачах оптимального управления с фазовыми ограничениями. Методика решения задач с фазовыми ограничениями.
32. Аргументные и критериальные задачи оптимизации.
33. Проблема корректности в задачах оптимизации. Общая характеристика.
34. Условия трансверсальности в задачах оптимального управления с подвижным концом траектории. Формулировка и вывод.
35. Уравнения сопряженной системы в формулировке принципа максимума и их вывод.
36. Условия существования решений задач оптимизации.

## [СОДЕРЖАНИЕ](#)

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Выпускник по направлению подготовки 010400 Прикладная математика и информатика Самарского государственного технического университета отвечает следующим требованиям:

- имеет целостное представление о процессах и явлениях, происходящих в неживой и живой природе, понимает возможности современных научных методов познания природы и владеет ими на уровне, необходимом для решения задач, имеющих естественнонаучное содержание и возникающих при выполнении профессиональных функций;
- способен продолжить обучение в аспирантуре, вести профессиональную деятельность в иноязычной среде;
- владеет культурой мышления, знает его общие законы, способен в письменной и устной речи правильно (логически) оформить его результаты;
- умеет на научной основе организовать свой труд, владеет компьютерными методами сбора, хранения и обработки (редактирования) информации, применяемые в сфере его профессиональной деятельности;
- способен в условиях развития науки и изменяющейся социальной практики к переоценке накопленного опыта, анализу своих возможностей, умеет приобретать новые знания, обучаться в аспирантуре, использовать другие формы обучения, включая самостоятельные и информационно образовательные технологии;
- понимает сущность и социальную значимость своей будущей профессии, основные проблемы дисциплин, определяющих конкретную область его деятельности, видит их взаимосвязь в целостной системе знаний;
- способен к проектной деятельности в профессиональной сфере на основе системного подхода, умеет строить и использовать модели для описания и прогнозирования различных явлений, осуществлять их качественный и количественный анализ;
- способен поставить цель и сформулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций, умеет использовать для их решения методы изученных им наук;
- готов к кооперации с коллегами и работе в коллективе, знаком с методами управления, умеет организовать работу исполнителей, находить и принимать управленческие решения в условиях различных мнений, знает основы педагогической деятельности;
- методически и психологически готов к изменению вида и характера своей профессиональной деятельности, работе над междисциплинарными проектами;
- знает основные тенденции развития современными естествознания, принципы математического моделирования и его применения в исследовании физических, химических, биологических, экологических процессов;
- способен к совершенствованию своей профессиональной деятельности в области математики, программирования.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

**ЛИТЕРАТУРА**  
**Основная литература**

№ п/п	Учебник, учебное пособие (приводится библиографическое описание учебника, учебного пособия)	Ресурс НТБ СамГТУ	Кол-во экз.
1.	Ванько В.И. и др. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ, 2006. 488 с.	<b>517.97(075.8)</b> <b>В-17</b>	3
2	Алексеев В.М. и др. Оптимальное управление. М.:Физматлит, 2007. 406 с.	ЭБС изд-ва Лань	Электр. ресурс
3	Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами [Текст] : учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М. : Высш.шк., 2009. - 677 с. : ил. - (Для вузов. Автоматика и упр.). - ISBN 978-5-06-0060 54-6(в пер.)	<b>681.51(075.8)</b> <b>Р-233</b>	200

**Дополнительная литература**

№ п/п	Учебник, учебное пособие, монография, справочная литература (приводится библиографическое описание)	Ресурс НТБ СамГТУ	Кол-во экз.
1.	Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.	519.81(075.8) П-166	1
2.	Афанасьев В.Н. и др. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 2003. 544 с.	681.51(075.8) А-941	1
3	Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева [Текст] / Э. Я. Рапопорт, Ю. Э. Плешивцева. - М. : Наука, 2012. - 309 с. : граф., схем. - Библиогр.: с. 301-307. - ISBN 978-5-02-037501-7 (в пер.)	681.51 Р 233	60
4	Рапопорт Э.Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации [Текст] / Э. Я. Рапопорт. - М. : Наука, 2000. - 336 с. - ISBN 5-02-013069-9 (в пер.)	519.8 Р-233	37

**Периодические издания**

перечень отраслевых периодических изданий по профилю дисциплины, имеющихся в НТБ СамГТУ:

1. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия технические науки

2. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия физико-математические науки.

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет»**

Сайт научной электронной библиотеки LIBRARY.RU (<http://elibrary.ru>)

Общероссийский математический портал Math-Net.ru (<http://www.mathnet.ru> )

**СОДЕРЖАНИЕ**

**Рапопорт Эдгар Яковлевич**

**Методические указания по дисциплине «Теория оптимального управления»**

Электронные методические указания

Компьютерная верстка Е. В. Башкинова

Подписано для размещения в электронной библиотеке СамГТУ 25.12.2014

Формат 60x84  $\frac{1}{8}$ .

Усл. п. л. 4,19\_. Уч. -изд. л. 4,65.

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Самарский государственный технический университет»

443100. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Главный корпус.

E-mail radch@samgtu.ru