

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ (2 СЕМЕСТР)

Раздел «Интегрирование»

Непосредственное интегрирование и интегрирование по частям

Тренировочный тест

№	УСЛОВИЕ	ОТВЕТЫ
1	$\int (2e^{3x} - \cos 5x) dx$	А. $2e^{3x} - \sin 5x, + C$, Б. $(2/3)e^{3x} - 0,2\sin 5x, + C$, В. $2e^{3x} + \sin 5x + C$, Г. $6e^{3x} + 5\sin 5x, + C$, Д. $(2/3)e^{3x} + 0,2\sin 5x + C$
2	$\int \frac{1-x}{x} dx$	А. $\ln 1-x + C$, Б. $\ln x - 2x + C$, В. $\ln x + x + C$, Г. $\ln x - x + C$, Д. $\ln 1-x - x + C$
3	$\int (2x-8)^4 dx$	А. $0,1(2x-8)^5 + C$, Б. $(2x-8)^5 + C$, В. $0,25(2x-8)^3 + C$, Г. $0,2(2x-8)^5 + C$, Д. $0,4x^5 + 8x + C$
4	$\int e^{2x} \sin(e^{2x}) dx$	А. $\cos(e^{2x}) + C$, Б. $2\cos(e^{2x}) + C$, В. $0,5\cos(e^{2x}) + C$, Г. $\cos(2e^{2x}) + C$, Д. $-0,5\cos(e^{2x}) + C$
5	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-16x^2}}$	А. $\arcsin(4x) + C$, Б. $\arcsin(16x) + C$, В. $0,25\arcsin(4x) + C$, Г. $4\arcsin(4x) + C$, Д. $(1/16)\arcsin(4x) + C$
6	$\int \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} dx$	А. $\operatorname{arctg}^4 x + C$, Б. $0,25\operatorname{arctg}^4 x + C$, В. $\operatorname{arctg} x + C$, Г. $0,5\operatorname{arctg}^2 x + C$, Д. $4\operatorname{arctg}^4 x + C$
7	$\int \frac{\cos x dx}{2\sqrt{\sin x}}$	А. $\sqrt{\sin x} + C$, Б. $0,5\sqrt{\sin x} + C$, В. $\ln(\sqrt{\sin x}) + C$, Г. $\sqrt{\cos x} + C$, Д. $2\sqrt{\sin x} + C$
8	$\int xe^{x/3} dx$	А. $xe^{x/3} - e^{x/3} + C$, Б. $3xe^{x/3} - 3e^{x/3} + C$, В. $3xe^{x/3} + C$, Г. $3xe^{x/3} - 9e^{x/3} + C$, Д. $9e^{x/3} + C$
9	$\int x \cos(x/2) dx$	А. $x\sin(x/2) + 2\cos(x/2) + C$, Б. $2x\sin(x/2) + 2\cos(x/2) + C$, В. $x\sin(x/2) + \cos(x/2) + C$, Г. $2x\sin(x/2) - 2\cos(x/2) + C$, Д. $2x\sin(x/2) + 4\cos(x/2) + C$
10	$\int x \operatorname{arctg} x dx$	А. $x^2 \operatorname{arctg} x - 0,5x + 0,5 \operatorname{arctg} x + C$, Б. $0,5x^2 \operatorname{arctg} x + 0,5 \operatorname{arctg} x + C$, В. $0,5x^2 \operatorname{arctg} x - 0,5x + C$, Г. $0,5x^2 \operatorname{arctg} x - 0,5x + 0,5 \operatorname{arctg} x + C$, Д. $\operatorname{arctg}^2 x + C$

Раздел «Дифференциальные уравнения»

Решите дифференциальные уравнения:

1. $(xy^2 + x)dx - (y - x^2y)dy = 0$;

2. $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right)$;

3. $\frac{dx}{dt} + x = e^t$;

4. $y' - \frac{y}{x} + y^2 = 0$;

5. $\left(\ln y - \frac{y}{x}\right)dx + \left(\frac{x}{y} + \ln x\right)dy = 0$;

6. $y'' = y'$;

7. $yy'' = (y')^2$;

8. $y''y' = 1$;

9. $xy''' = y''$;

10. $y'' + y'/x = 1/x^3$;

11. $2yy'' - 3y'^2 = 4y^2$;

12. $y'' + 3y' + 2y = 0$;

13. $y'' + 6y' + 9y = 0$;

14. $y'' + 3y' = 0$;

15. $y'' + 3y = 0$;

16. $y'' + 2y' + 5y = 0$;

17. $y'' - 2y' = f(x)$. Найти общее решение ДУ, если $f(x) =$

а) 1; б) x ; в) e^{2x} ; г) $(x^2 + 1)e^x$; д) $\sin 2x$;

18. $y''' + 9y'' = f(x)$. Найти общее решение ДУ, если $f(x) =$

а) $e^{-x} \sin 3x$; б) x ; в) e^{3x} ; г) $x \cos 3x$; д) $\sin 3x$;

19. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$. Найти общее решение ДУ, если $f(x) =$

а) 3; б) $x - 3$; в) e^{3x} ; г) $(x^2 - 3x)e^x$; д) $\sin 3x$.

Раздел «Ряды»

Исследовать на сходимость ряды с положительными членами:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^5}}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^5}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sqrt[5]{n}}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^2}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^n \cdot n!}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9n^2+4}{5n^2+7}\right)^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{(2n)^n}.$$

Какие из рядов сходятся абсолютно:

А) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2^n};$

Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n+1}};$

В) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4+1};$

Г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}.$

Определите область сходимости ряда:

А) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n5^n};$

Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n};$

В) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x)^n}{n!};$

Г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+1)^n}.$

Раздел «Теория вероятностей»

Задача 1.

Брошены три игральные кости. Какова вероятность того, что на двух гранях выпадет одинаковое число очков, а на третьей – другое число очков?

Задача 2.

Для лечения некоторой болезни применяют пять лекарств: $a, b, в, г, д$. Врач хочет провести исследование трех из пяти лекарств, которые выбирает наудачу. Чему равна вероятность того, что лекарство a будет исследовано.

Задача 3.

В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием K , 30% - с заболеванием L , 20% - с заболеванием M . Вероятность полного излечения болезни равна 0,7, для болезни L – 0,8, M – 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием K .

Задача 4.

Случайная величина X задана законом распределения. Найти неизвестную вероятность P_i . Составить функцию распределения $F(x)$ и построить ее график. Вычислить характеристики случайной величины.

X_i	2	3,5	4	6	8
P_i	0,1	0,2	?	0,2	0,1

Задача 5.

Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X . Найти параметр A , числовые характеристики случайной величины.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 3; \\ \frac{A}{x^4}, & \text{при } x \geq 3. \end{cases}$$

Задача 6.

Случайная величина X распределена нормально с параметрами $m_x=3, D_x=16$. Записать формулу для плотности распределения этой случайной величины.

Варианты задач

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру «5».
2. В бригаде 15 человек, среди которых 7 женщин. Наугад отобраны на конференцию по списку 9 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных 5 женщин.
3. Вероятность того, что цель поражена при одном выстреле первым стрелком 0,76; вторым 0,48. Первый стрелок сделал два выстрела, второй – три. Определить вероятность того, что цель не поражена.

4. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочнике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится по крайней мере в двух справочниках (событие A).
5. В урне 25 шаров, из них 11 белых. Некто наудачу выбирает один шар. Какова вероятность того, что он белый?
6. Наудачу выбирается шестизначное число. Какова вероятность того, что число состоит из одинаковых цифр?
7. В ящике лежат 20 теннисных мячей: 15 новых и 5 игранных. Для игры наудачу выбирают 3 мяча. Какова вероятность того, что 2 из них будут новые?
8. В мастерской имеется 12 моторов. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент не менее 10 моторов работают с полной нагрузкой.
9. В трамвайном парке 100 трамваев. Известно, что вероятность выхода из строя электродвигателя в течение дня равна 0,07. Какова вероятность того, что в определенный день окажутся неисправными менее трех трамваев?